

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté de génie  
Département de génie mécanique

LOCALISATION DE SOURCES  
ACOUSTIQUES MONOPOLAIRES AVEC  
UNE COHÉRENCE QUELCONQUE DANS  
UN ESPACE SEMI-INFINI

Thèse de doctorat  
Spécialité : génie mécanique

Stéphane BEUVELET

Sherbrooke (Québec) Canada

Novembre 2018



# MEMBRES DU JURY

Raymond PANNETON

---

Directeur

Alain DESROCHERS

---

Codirecteur

Alain BERRY

---

Évaluateur

Noureddine ATALLA

---

Évaluateur

Thomas DUPONT

---

Évaluateur





# RÉSUMÉ

Le bruit des véhicules récréatifs tel que la motoneige est très important. En effet, le bruit est l'une des composantes majeures du confort et du plaisir du pilote. De plus, il reflète directement la qualité du véhicule. Contrairement à l'automobile, il n'y a pas de cabine sur les motoneiges. Le pilote n'est donc pas isolé des sources de bruit par une paroi. Il est donc difficile d'atténuer la transmission aérienne du bruit. La meilleure stratégie sur ces véhicules est donc d'agir directement à la source et d'empêcher la naissance du bruit, ce qui demande une compréhension profonde des mécanismes de rayonnement acoustique. Le système d'entraînement de la chenille est une des sources de bruit des motoneiges.

L'identification des sources de bruit est par conséquent une étape nécessaire pour comprendre les mécanismes de rayonnement. Le projet de recherche présenté vise à localiser les sources de bruit sur un système d'entraînement de motoneige à l'aide d'une nouvelle méthode de localisation des sources.

La méthode utilise un champ d'intensité acoustique mesuré. Un champ d'intensité acoustique émis par des sources virtuelles est d'abord calculé. Pour localiser les sources réelles, il faut ensuite déterminer quelle est la position des sources virtuelles qui permette de reproduire le champ d'intensité mesuré.

La méthodologie est validée numériquement puis expérimentalement pour localiser quatre sources partiellement cohérentes, dans un espace en trois dimensions. La prédiction obtenue de la position des sources est très proche de leur position réelle. De plus, la puissance de chaque source est également approchée de manière satisfaisante.

La méthodologie est enfin appliquée à une suspension de motoneige qui fait partie du système d'entraînement. Toutefois, il s'est avéré que le cas de la suspension est plus complexe que celui de la validation. La complexité du cas réel demande un temps de calcul trop important pour localiser les sources. Des améliorations réduisant le temps de calcul pourraient permettre l'utilisation de la méthode sur la suspension de motoneige.

**Mots-clés :** Localisation, validation, source acoustique, coherent, optimisation, motoneige.



# REMERCIEMENTS

Je remercie tout d'abord mes directeurs Raymond Panneton et Alain Desrochers qui m'ont offert leur confiance et qui m'ont guidé et soutenus tout au long de ma thèse.

Je remercie le chef de projet Maxime Desjardins-Goulet et l'ingénieur Walid Belgacem qui m'ont offert un cadre et des moyens exceptionnels pour la réalisation de ma thèse.

Je remercie les membres du jury Nouredine Atalla, Alain Berry et Thomas Dupont d'avoir pris le temps d'apporter leur expertise dans l'évaluation de cette thèse.

Je remercie Rémy Oddo pour ces précieux conseils et pour l'aide qu'il m'a apportée dans de nombreuses étapes du doctorat.

Je remercie les membres du CTA et du GAUS pour leur soutien technique, leur expertise, la réalisation des montages, mais aussi pour leur bonne humeur et leur sympathie.

Je remercie également Jason Mejane, Robin Temporelli, Nassardin Guenfoud, François Bari, Maxime Boisvert, Mor Talla Thiam mes collègues et amis qui m'ont apporté joie et bonne humeur tout au long du doctorat.

Je remercie ma famille et mes amis qui ont toujours cru en moi et qui m'ont toujours soutenu.

Enfin, je remercie ma femme Alix qui a partagé les bons comme les mauvais moments et dont le soutien a été indispensable.



# TABLE DES MATIÈRES

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte et problématique . . . . .	1
1.2	Question de recherche . . . . .	3
1.3	Objectif du projet de recherche . . . . .	3
1.4	Plan du document . . . . .	4
<b>2</b>	<b>ÉTAT DE L'ART</b>	<b>5</b>
2.1	Bruit du système d'entraînement des motoneiges . . . . .	5
2.2	Localisation de sources de bruit . . . . .	10
2.2.1	Cartographie acoustique . . . . .	10
2.2.2	Formation de voies . . . . .	10
2.2.3	Holographie acoustique en champ proche . . . . .	15
2.2.4	Méthodes de régularisation des problèmes inverses . . . . .	22
2.3	Conclusion . . . . .	27
<b>3</b>	<b>MÉTHODOLOGIE</b>	<b>31</b>
3.1	Problème direct . . . . .	31
3.1.1	Hypothèses . . . . .	31
3.1.2	Expression . . . . .	32
3.1.3	Modélisation des réflexions sur le sol . . . . .	34
3.2	Problème inverse . . . . .	35
3.2.1	Fonction coût . . . . .	35
3.2.2	Méthode d'optimisation . . . . .	37
3.3	Conclusion . . . . .	49
<b>4</b>	<b>VALIDATION</b>	<b>51</b>
4.1	Description . . . . .	51
4.1.1	Cas numériques . . . . .	51
4.1.2	Cas expérimental . . . . .	53
4.2	Localisation des sources dans le cas théorique . . . . .	57
4.3	Modèle de rayonnement des sources et robustesse de la méthode . . . . .	61
4.4	Effet du nombre de cartographies utilisées . . . . .	64
4.5	Réflexion sur le sol . . . . .	69
4.6	Cohérence entre les sources virtuelles . . . . .	70
4.7	Procédure sur le nombre de sources virtuelles . . . . .	71
4.8	Conclusion . . . . .	73
<b>5</b>	<b>APPLICATION</b>	<b>77</b>
5.1	Montage . . . . .	77
5.2	Essais . . . . .	77
5.3	Résultats . . . . .	80

5.4	Conclusion . . . . .	81
<b>6</b>	<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES</b>	<b>83</b>
6.1	Travaux réalisés . . . . .	83
6.2	Contributions originales . . . . .	84
6.3	Perspectives . . . . .	85
<b>A</b>	<b>MÉTHODE APPLIQUÉE À LA FORMATION DE VOIES</b>	<b>87</b>
A.1	Problème direct . . . . .	87
A.2	Problème inverse . . . . .	90
A.3	Conclusion . . . . .	90
	<b>LISTE DES RÉFÉRENCES</b>	<b>91</b>

---

# LISTE DES FIGURES

1.1	Groupes de travail du projet dSkiBel . . . . .	2
1.2	Système d'entraînement de motoneige (la partie gauche du tunnel n'est pas représentée pour visualiser plus facilement la suspension et la chenille) . . .	3
2.1	Modèle vibro-acoustique de la suspension arrière [17] . . . . .	6
2.2	Intensité acoustique de 2 sources cohérentes. Les sources sont à 40 cm de la ligne de mesure. Elles ont une puissance égale et une différence de phase de $\frac{\pi}{2}$ . Leur position en $x$ est représentée par les lignes pointillées . . . . .	11
2.3	Ondes arrivant sur une antenne linéaire de microphones . . . . .	12
2.4	Position du plan des sources et du plan de mesure . . . . .	16
2.5	Position du plan des sources équivalentes, du plan de calcul et du plan de mesure . . . . .	19
2.6	Forme classique de la courbe en L [16]. $\lambda$ , $\mathbf{A}$ , $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ sont dans la figure respectivement $\beta$ , $\mathbf{G}$ , $\mathbf{q}$ et $\mathbf{p}$ . . . . .	26
2.7	Forme typique de la fonction $GCV$ [16]. $\lambda$ est $\beta$ dans la figure . . . . .	27
3.1	Schéma global de la méthode d'optimisation . . . . .	40
3.2	Schéma de la méthode d'optimisation pour un paramètre . . . . .	41
3.3	Schéma de la méthode d'optimisation pour les paramètres de position . . .	42
3.4	Erreurs de reconstruction entre l'intensité simulée et l'intensité virtuelle pour 15 solutions différentes . . . . .	45
3.5	Localisation des 2 sources virtuelles pour les 5 meilleurs solutions . . . . .	46
3.6	Intensité de sources acoustique avec leur position en $x$ représentée par une ligne verticale . . . . .	47
3.7	Erreurs de reconstruction entre l'intensité simulée et l'intensité virtuelle pour 30 solutions différentes avec 3 sources virtuelles . . . . .	48
3.8	Localisation des 3 sources virtuelles pour les 6 meilleurs solutions . . . . .	48
3.9	Localisation des 3 sources virtuelles pour la 4 <sup>ème</sup> meilleurs solutions . . . . .	49
4.1	Puissance des sources simulées . . . . .	52
4.2	Intensité en dB ref 1 pW.m <sup>-2</sup> des sources simulées sur le plan de mesure dans la direction $y$ . Les points représentent la position des sources . . . . .	53
4.3	Montage de la validation expérimentale . . . . .	54
4.4	Sonde de mesure d'intensité 3-D à 8 microphones . . . . .	55
4.5	Intensité en dB ref 1 pW.m <sup>-2</sup> des sources simulées sur le plan de mesure dans la direction $y$ . Les points représentent la position des sources . . . . .	57
4.6	Erreurs de reconstruction entre l'intensité simulée et l'intensité virtuelle pour 10 solutions différentes pour le cas 1 . . . . .	58
4.7	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 1 . . . . .	59
4.8	Resultats du calcul pour le cas 1 . . . . .	60
4.9	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 2 . . . . .	62

---

4.10	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 3 . . . . .	63
4.11	Puissance calculée des haut-parleurs . . . . .	64
4.12	Phase calculée des haut-parleurs . . . . .	65
4.13	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 5 avec 4 sources virtuelles . . . . .	66
4.14	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 5 avec 2 et 3 sources virtuelles . . . . .	67
4.15	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 6 . . . . .	68
4.16	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 7 . . . . .	70
4.17	Coefficient de cohérence calculé entre les haut-parleurs 2 et 3 dans les 6 solutions du cas 3 . . . . .	71
4.18	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 8 . . . . .	72
4.19	Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 9 . . . . .	73
5.1	Banc d'essai du système d'entraînement . . . . .	78
5.2	Mesure de l'intensité sur le banc d'essai . . . . .	78
5.3	Intensité en dB ref 1 pW.m <sup>-2</sup> mesurée sur le plan de mesure dans la direction $y$	79
5.4	Banc d'essai du système d'entraînement . . . . .	80
5.5	Localisation des 6 sources virtuelles pour les 4 meilleures solutions avec reflet sur la suspension . . . . .	81
A.1	Signal de formation de voies en Pa pour le cas 1 . . . . .	88
A.2	Signal de formation de voies en Pa pour le cas 2 . . . . .	89
A.3	Signal de formation de voies en Pa pour le cas 3 . . . . .	89

---



# LISTE DES TABLEAUX

3.1	Intervalle acceptable pour chaque variable . . . . .	39
3.2	Pas de calcul $h$ initial dans la méthode du gradient à un paramètre . . . .	41
3.3	Caractéristique des sources simulées . . . . .	44
4.1	Position et phase des sources simulées . . . . .	52
4.2	Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 1 . . . . .	59
4.3	Erreur sur la localisation des sources pour le cas 1 . . . . .	60
4.4	Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 2 . . . . .	61
4.5	Erreur sur la localisation des sources pour le cas 2 . . . . .	62
4.6	Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 3 . . . . .	63
4.7	Erreur sur la localisation des sources pour le cas 3 . . . . .	63
4.8	Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 4 . . . . .	65
4.9	Erreur sur la localisation des sources pour le cas 4 . . . . .	65
4.10	Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 6 . . . . .	67
4.11	Erreur sur la localisation des sources pour le cas 6 . . . . .	68
4.12	Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 7 . . . . .	69
4.13	Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 9 . . . . .	73
4.14	Erreur sur la localisation des sources pour le cas 9 . . . . .	74
4.15	Résumé de la validation . . . . .	75
5.1	Résumé des erreurs de reconstruction de l'intensité en % . . . . .	80



# LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition
$[ ]^*$	Congugé
$[ ]^T$	Transposé
$[ ]^H$	Transposé du conjugué
$[ ]^{-1}$	Inverse
$j$	Nombre imaginaire
$\text{Re}[ ]$	Partie réelle
$\omega$	Pulsation ( $\text{rad.s}^{-1}$ )
$c$	Célérité du son dans l'air ( $\text{m.s}^{-1}$ )
$\rho$	Masse volumique de l'air ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
$\lambda$	Longueur d'onde (m)
$k$	Nombre d'onde ( $\text{rad.m}^{-1}$ )
$t$	Variable temporelle (s)



# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION

### 1.1 Contexte et problématique

D’après l’Association internationale des manufacturiers de motoneiges [15], en 2017, l’industrie de la motoneige a eu un impact de 34 milliards de dollars en Amérique du nord et a généré 100 000 emplois à temps plein. Le bruit émis par les motoneiges est important pour le confort du pilote et des personnes voisines des sentiers. Depuis les débuts de la motoneige, leur bruit a été réduit de 94 %. Aujourd’hui, le niveau de bruit des motoneiges est régi par le Comité de sécurité et de certification des motoneiges. Mais plus qu’une norme à suivre, le contrôle du bruit représente également un enjeu économique. En effet, pour le consommateur, le bruit du véhicule est important en matière de confort, mais il reflète aussi la qualité du véhicule [12]. Pour les véhicules récréatifs, le bruit est même souvent une des sources de plaisir du pilote. C’est alors un aspect à soigner afin de rester compétitif. Certains constructeurs font même du bruit émis par leurs véhicules, une signature [28].

Sur les motoneiges, contrairement à l’automobile, les sources de bruits ne sont pas isolées de l’utilisateur ou de l’environnement par une cabine ou une carrosserie. Il est donc difficile d’agir sur l’isolation du bruit dans ces véhicules. Afin de pouvoir réduire le bruit rayonné par ces derniers, il est préférable d’agir sur la source plutôt que de tenter de la masquer. Cette démarche demande une compréhension poussée des mécanismes de rayonnement de bruit du véhicule.

Le projet de recherche dSkiBel a été mis en oeuvre afin de mieux comprendre l’acoustique des motoneiges et d’appliquer ce savoir à un modèle de motoneige afin d’en réduire le bruit et d’améliorer sa qualité sonore sans en affecter les performances. Le projet dSkiBel est une collaboration entre BRP (Bombardier Recreational Products), le CTA (Centre de Technologies Avancées BRP-Université de Sherbrooke) et le GAUS (Groupe d’Acoustique de l’Université de Sherbrooke). Le projet est financé conjointement par BRP et le CRSNG (Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada).

Les responsables du bruit global sur une motoneige sont divisés en groupes dans la littérature. Dès 1991, Osborne [23] fait appel au savoir-faire des manufacturiers de motoneiges

pour en identifier les principales causes de bruit. Elles sont, par ordre d'importance, le groupe moteur et échappement, la chenille puis l'admission d'air. Blough [6] donne une liste des sources de bruit potentielles sur une motoneige. Le projet dSkiBel est divisé en sept groupes de travail, décrits dans la figure 1.1.

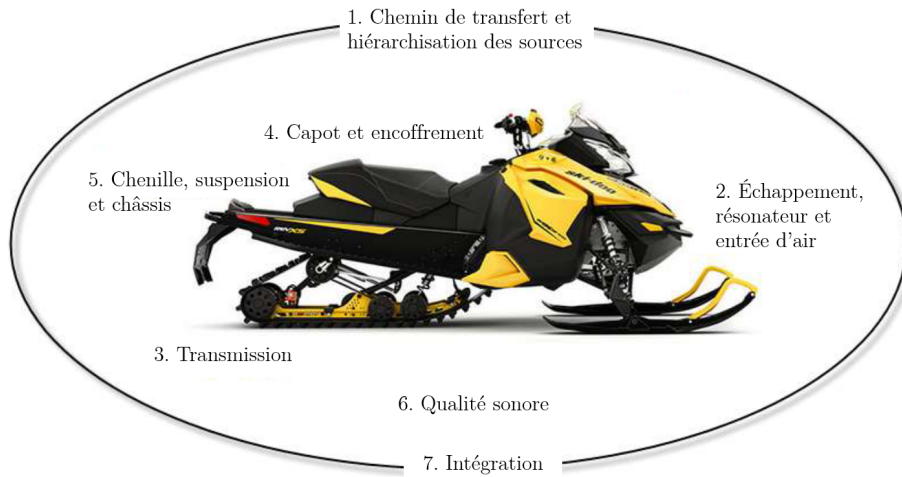


Figure 1.1 Groupes de travail du projet dSkiBel

Le système d'entraînement, composé de la chenille, de la suspension et du tunnel est l'objet du groupe de travail numéro 5. Le système d'entraînement décrit dans la figure 1.2, sert à transmettre la puissance du moteur à la chenille. Le tunnel est la partie arrière du châssis de la motoneige. Le couple est transmis à la chenille grâce au barbotin. La chenille tourne autour de la suspension en glissant sur le rail de suspension et en circulant sur les roues de la suspension. Les crampons à l'extérieur de la chenille assurent l'adhérence et la propulsion sur la neige. La suspension permet de créer un déplacement du rail par rapport au tunnel. Le rail assure une bonne répartition de la pression sur le sol, tandis que les roues inférieures permettent de diminuer la pression entre le rail et la chenille. Une combinaison de réactions de clients et de données expérimentales permet à Kleinendorst [17] de conclure que le bruit du système d'entraînement est une gêne pour le client. Réduire le bruit du système d'entraînement est alors un moyen de réduire le bruit global de la motoneige, mais c'est aussi un moyen d'améliorer la qualité sonore.

Le but du groupe de travail est alors de comprendre et hiérarchiser les mécanismes de génération de bruit du système d'entraînement. Des solutions permettant de réduire le bruit du système doivent être proposées, appliquées et testées. La compréhension des mécanismes doit pouvoir permettre le transfert des solutions proposées sur tout système d'entraînement de motoneige.

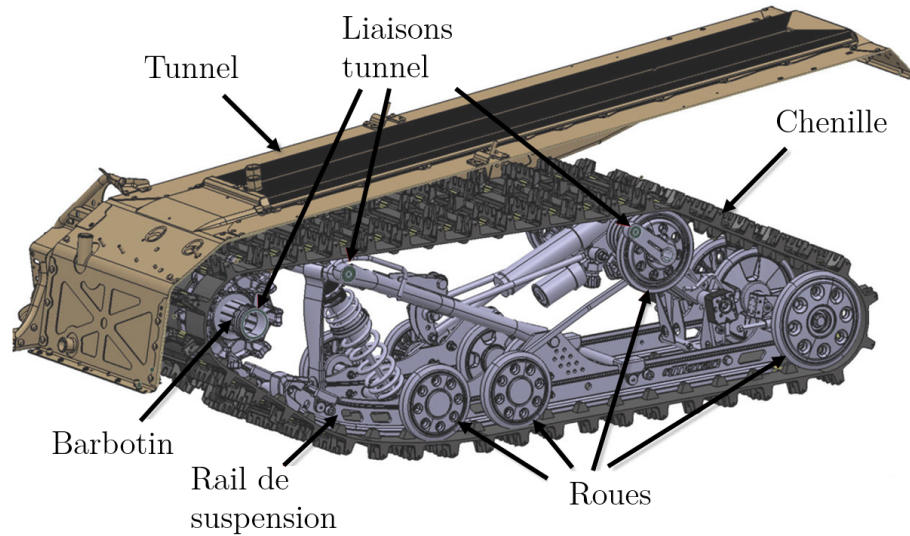


Figure 1.2 Système d'entraînement de motoneige (la partie gauche du tunnel n'est pas représentée pour visualiser plus facilement la suspension et la chenille)

## 1.2 Question de recherche

Le savoir-faire des constructeurs a donné naissance à de nombreuses solutions permettant la réduction du bruit du système d'entraînement des motoneiges. Certaines de ces solutions sont appliquées systématiquement alors que d'autres se montrent efficaces seulement sur certains modèles ou dans certaines conditions d'utilisation. La compréhension et le diagnostic des mécanismes de rayonnement du système sont les points à améliorer afin de choisir les solutions à appliquer sur un modèle et de pouvoir inventer de nouvelles solutions. La génération de bruit par le système comporte trois mécanismes essentiels : La génération d'efforts induisant des vibrations, la transmission de ces vibrations et enfin la conversion en rayonnement acoustique. Dans le cadre de ce doctorat, il a été choisi de proposer un outil permettant de localiser et hiérarchiser les sources de bruit où les vibrations sont transformées en rayonnement. En effet, un tel outil permettrait d'améliorer la compréhension de la génération de bruit du système et de choisir les solutions à appliquer. La question de recherche est donc la suivante :

Comment localiser les sources de bruit sur un système d'entraînement de motoneige ?

## 1.3 Objectif du projet de recherche

L'objectif général de cette thèse est de localiser et de hiérarchiser les sources du système d'entraînement d'une motoneige en utilisant une nouvelle méthode de localisation de sources. Cet objectif comporte plusieurs sous-objectifs :

- À partir de mesures acoustique faites à une certaine distance des sources, développer une méthodologie permettant de localiser des sources de bruit monopolaires dont la cohérence est inconnue et qui peuvent se situer dans un espace en trois dimensions.
- Simuler la localisation de ces sources afin de valider la méthodologie dans un cas parfait.
- Réaliser un montage expérimental afin de valider la méthodologie et les hypothèses dans un cas réel.
- Appliquer la méthodologie à un système d’entraînement de motoneige et discuter de la validité des résultats ainsi que des limites.

## 1.4 Plan du document

Hormis le présent chapitre, cette thèse se divise en quatre chapitres. Le premier est l’état de l’art. Les chapitres suivants correspondent au développement, à la validation puis à l’application de la méthodologie.

- Le chapitre État de l’art montre les raisons qui ont mené au développement d’une méthode de localisation de sources. Ensuite, il montre pourquoi parmi les méthodes existantes, celle-ci a été choisie.
  - Le chapitre Méthodologie donne les hypothèses et les stratégies permettant de localiser les sources à partir de mesures acoustiques.
  - Le chapitre Validation montre que la méthode est capable de localiser des sources dans un cas parfait numérique puis dans un cas expérimental.
  - Le dernier chapitre montre l’application à un système d’entraînement de motoneige. La validité des résultats ainsi que les limites de la méthode sont discutées.
-



# CHAPITRE 2

## ÉTAT DE L'ART

### 2.1 Bruit du système d'entraînement des motoneiges

Le système d'entraînement des motoneiges est acoustiquement complexe. Dans la littérature, plusieurs auteurs ont proposé des méthodes pour identifier les mécanismes de génération de bruit. D'autres se sont basés sur leurs observations pour tenter de comprendre celui-ci. Arz [1] étudie la caractérisation du bruit de motoneige. Lors d'un essai en extérieur, les bruits mesurés par un microphone disposé proche du système d'entraînement correspondent principalement à la fréquence de passage des éléments de la chenille. Chaque rangée de crampons de la chenille comporte plusieurs éléments comme des agrafes métalliques, des tiges de renfort et des dents internes en caoutchouc. Ces divers éléments de la chenille interagissent avec d'autres éléments de la suspension à divers endroits et toujours à la même fréquence. Arz fait alors l'hypothèse que le bruit du système d'entraînement est causé par l'impact entre les tiges de renfort et d'autres éléments de la suspension. Seers [31], lui, affirme que le contact des agrafes et des rails est une source de bruit à haute vitesse tout comme le changement de direction de la chenille au niveau des roues arrières. Il dit également que les battements de la chenille sont également sources de bruit. La seule analyse de la fréquence du bruit ne permet toutefois pas d'identifier un mécanisme de bruit. Kleinendorst [17] pratique une analyse modale sur une chenille mise en tension dans un banc d'essais qui reproduit les conditions de fonctionnement de la chenille, mais sans que la chenille ne tourne. Les fréquences des modes mesurées sont plus basses que celle mesurées en essais. Elle en conclut que la chenille ne rayonne pas de bruit et que le tunnel est seul responsable de la totalité du rayonnement. À partir de cette hypothèse, une modélisation du bruit du système d'entraînement à l'opérateur est construite en deux étapes :

- Le modèle visible sur la figure 2.1 fait sur LMS Virtual Lab simule l'impact entre les roues et la chenille ainsi que la transmission des vibrations jusqu'aux points d'attache entre la suspension et le tunnel.
- Le bruit à l'oreille de l'opérateur est reconstruit grâce à des FRFs (Fonction de Réponse en Fréquence) mesurées à cet effet. Les FRFs sont mesurées sur une motoneige

sans suspension, avec des impacts aux points d'attache du tunnel tandis que le bruit est mesuré sur le casque.

Malheureusement, le modèle proposé n'a pu reproduire fidèlement le bruit du système d'entraînement de la motoneige.

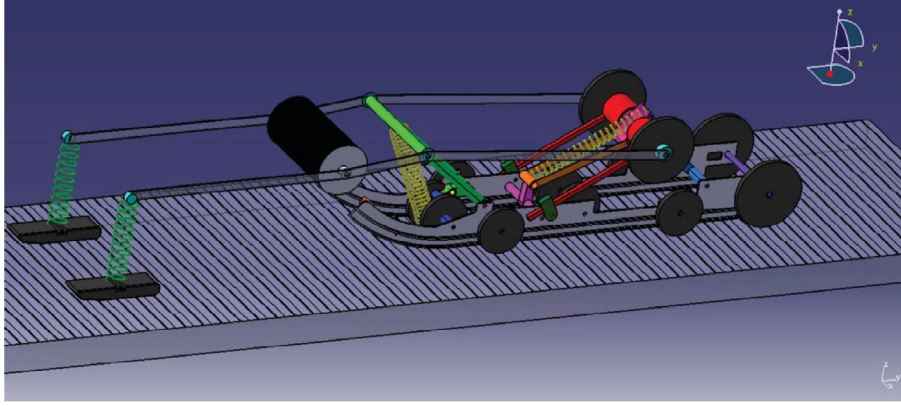


Figure 2.1 Modèle vibro-acoustique de la suspension arrière [17]

Guenfoud [13] propose l'étude de la suspension grâce à l'analyse des chemins de transfert. La première étape de cette analyse est la mesure de la matrice de transfert  $\mathbf{H}$  entre les sources  $\mathbf{q}$  et les récepteurs  $\mathbf{p}$ . Cette matrice peut être obtenue par exemple en appliquant des forces au niveau des sources et en mesurant les pressions acoustiques aux récepteurs. Il faut appliquer une force à chaque source potentielle sans en oublier au risque de fausser les résultats. Ainsi, connaissant  $\mathbf{H}$ , la pression acoustique aux microphones peut être calculée en fonction des sources :

$$\mathbf{p} = \mathbf{H}\mathbf{q} \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{p}$  est le vecteur colonne des pressions aux microphones et  $\mathbf{q}$ , le vecteur colonne des forces ou des accélérations aux sources. Le nombre de sources n'est pas nécessairement le même que celui des microphones et donc la matrice de transfert n'est pas nécessairement carrée. C'est grâce à cette méthode que Kleinendorst [17] obtient les pressions rayonnées en fonction des accélérations simulées aux points d'attache du tunnel. La seconde étape est la mesure des pressions acoustiques du véhicule en essai. La force aux sources  $\mathbf{q}$  peut alors être déterminée grâce à l'inversion de la matrice  $\mathbf{H}$ . Si des sources causent de faibles pressions acoustiques se retrouvant dans le bruit de mesure lors de la mesure de  $\mathbf{H}$ , l'inversion de la matrice  $\mathbf{H}$  causera alors d'importantes erreurs sur le calcul des sources. Il faudra donc prendre des précautions lors de l'inversion de la matrice, notamment grâce à des techniques de régularisation. C'est un problème souvent rencontré avec les techniques d'imagerie

acoustique par holographie qui sont également étudiées dans ce chapitre. Li [19] montre deux méthodes de régularisation basées sur la décomposition en valeurs singulières :

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (2.2)$$

où  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  sont les matrices gauche et droite des vecteurs singuliers. L'exposant  $H$  indique la transposée du conjugué.  $\mathbf{\Sigma}$  est la matrice diagonale des valeurs singulières  $\sigma_i$ . Les plus petits  $\sigma_i$  traduisent des forces importantes qui donnent de faibles niveaux de pression. Ce sont donc les plus petits  $\sigma_i$  qui sont responsables de l'amplification du bruit lors de l'inversion de la matrice. Ces valeurs singulières peuvent alors être supprimées (méthode de la troncature) ou bien atténuées (méthode de Tikhonov). Plus les mesures sont bruitées, plus il faut supprimer ou atténuer les plus petits  $\sigma_i$ . L'analyse des chemins de transfert peut permettre de connaître l'importance des sources de vibrations qui causent le bruit, à condition de pouvoir effectuer une mesure de qualité de la matrice de transfert entre toutes les sources possibles et les microphones. Elle peut également permettre de connaître l'importance du rayonnement des sources de bruits, à condition de connaître à priori leur emplacement. Il faut alors mesurer les chemins de transfert entre les sources supposées et les microphones en utilisant par exemple des haut-parleurs. Cette méthode peut être un très bon complément à une méthode de localisation des sources afin d'améliorer la compréhension du système.

Pour Lefebvre [18], un système d'entraînement de motoneige est constitué de nombreuses sources de bruits impulsionnelles, répétitives dont certaines sont synchronisées. Il étudie les méthodes permettant d'identifier les sources de bruit dans ces systèmes en prenant pour exemple, un système d'entraînement de motoneige. Il affirme que l'analyse du contenu fréquentiel et les méthodes d'imagerie acoustique telle que l'intensimétrie, ne permettent pas d'identifier les sources de bruit sur le système d'entraînement d'une motoneige, car elles sont à la même fréquence et trop proches les unes des autres. Il met alors au point une méthode de reconnaissance de sources pour ce genre de système, mais il ne l'essaie pas sur un système d'entraînement de motoneige. Sa méthode fonctionne en 3 étapes.

- La première étape est de faire la liste de toutes les sources possibles.
- Il faut ensuite reproduire la source de bruit seule. Par exemple, si on cherche à caractériser le bruit que produit l'impact des agrafes sur le barbotin, il faut frapper le barbotin avec un marteau d'impact. Il faut le faire dans les conditions de fonctionnement de la motoneige pour que le bruit produit ressemble au bruit que produit

normalement l'impact de l'agrafe sur le barbotin. Le résultat de cette expérience est le bruit de référence.

- Il faut ensuite reconnaître le bruit de référence dans le signal global afin de quantifier sa contribution. D'après l'étude, la meilleure méthode pour la reconnaissance des sources dans ce cas est de filtrer le signal global avec l'inverse de la réponse impulsionnelle mesurée précédemment. Le résultat sera alors un peigne d'impulsion représentant la contribution de la source.

L'auteur démontre l'efficacité de sa méthode avec un modèle analytique où il reconnaît la contribution d'une source composée de bruits impulsionnels, répétitifs et synchronisés. Mais pour obtenir de bons résultats, il est important de très bien reproduire l'impact lors de la seconde étape. Or il est difficile de le faire sur le système d'entraînement. Il faut aussi que les impacts de chaque source produisent un son avec un contenu fréquentiel différent.

Liu [20] simule du bruit d'un système d'entraînement à chenille pour un tank. Les forces de contact entre la chenille et les roues de la suspension ainsi que celles entre la chenille et le barbotin sont développées. Les forces aux points d'attache du tunnel en sont déduites. Un modèle par éléments finis du tunnel est créé afin d'en faire l'analyse modale puis de calculer sa réponse vibratoire. Ces vibrations sont implantées dans un modèle par éléments de frontière du tunnel, permettant de calculer le rayonnement acoustique de ce dernier. Cette méthode pourrait être utilisée sur le système d'entraînement de la chenille. Il faudrait alors considérer que le bruit est globalement rayonné par le tunnel. La chenille de la motoneige est également plus complexe que celle du tank car elle est en caoutchouc plutôt qu'en acier. Le calcul des forces engendrées sur le tunnel pourrait aussi ne pas pouvoir être résolu par une méthode analytique.

Dilworth [10] montre que les conditions extérieures agissent beaucoup sur le niveau de bruit mesuré de la motoneige. De plus, les essais en extérieur ne peuvent pas se faire toute l'année. Un banc d'essais a alors été conçu dans le cadre du projet afin de pouvoir reproduire de façon répétitive et fiable le bruit de la chenille et du système d'entraînement. Dans le cadre du projet, Beuvelet [5] utilise ce banc d'essais pour mener une campagne d'essais comparatifs sur le bruit du système d'entraînement. Il applique des plans d'expérience Plackett et Burman qui permettent d'obtenir l'effet de nombreuses solutions en peu d'essais, tout en s'assurant de la validité des résultats grâce à l'analyse de la variance. Il montre alors que la source de vibration la plus importante est le passage des roues au-dessus des rangées de crampons de la chenille. Ces vibrations sont ensuite transformées en bruit par le tunnel ou bien par la suspension elle-même, dépendamment de la vitesse de la chenille.

---

Récemment, Padois [24] a utilisé une technique d'imagerie acoustique appelée Clean-SC sur une motoneige passant devant une antenne de microphones. Cette méthode est une amélioration de la méthode conventionnelle de formation de voies. Elle sera expliquée dans la suite de l'état de l'art. La méthode permet de distinguer clairement le bruit du système d'entraînement par rapport aux autres sources mais ne permet pas de localiser les sources à l'intérieur du système d'entraînement.

La compréhension des mécanismes de génération de bruit des systèmes d'entraînement de motoneige a été explorée dans la littérature. Les différentes méthodes utilisées ont été :

- L'analyse fréquentielle du signal.
- L'étude de l'effet de nombreuses solutions.
- La simulation par différentes méthodes utilisant des FRFs mesurées, des modèles numériques ou des calculs de forces analytiques.
- L'analyse des chemins de transfert.
- La cartographie acoustique par une technique de formation de voies.

Ces méthodes ont permis l'amélioration de la compréhension du bruit du système d'entraînement des motoneiges, mais les sources de bruit n'ont jamais été déterminées avec précision. Un outil permettant de localiser les sources de bruit à l'intérieur du système d'entraînement serait un élément clé afin d'améliorer encore cette compréhension. Dans le projet dSkiBel, le bruit du système d'entraînement est mesuré sur un banc d'essai qui sera décrit au chapitre 5. Ce banc d'essai permet d'entraîner la chenille entre 0 et 120 km.h<sup>-1</sup>. À cette vitesse, les sources du système d'entraînement émettent un bruit tonal entre 0 et 500 Hz. Dans le système d'entraînement, le bruit peut être émis par le tunnel ou par la suspension. Le montage du banc d'essai fait que les mesures ne peuvent pas être faites à une distance inférieure à 45 cm des sources. La prochaine section de l'état de l'art concerne les techniques qui pourraient être appliquées dans le but de localiser les sources de la suspension. Les techniques d'imagerie acoustiques sont étudiées depuis des décennies dans la littérature et il est impossible d'en fournir une revue complète. La prochaine section s'intéressera donc aux techniques les plus populaires. Nous nous limiterons ici aux problèmes stationnaires.

---

## 2.2 Localisation de sources de bruit

### 2.2.1 Cartographie acoustique

La cartographie acoustique est une méthode permettant de localiser des sources de bruit à partir d'une mesure partielle du champ de pression généré par les sources. Les sources peuvent être par exemple des objets rayonnants ou des fuites acoustiques dans une paroi. La méthode la plus simple consiste à mesurer la pression acoustique ou bien l'intensité acoustique dans un plan proche des sources. Il faut alors par exemple déplacer un microphone ou une sonde d'intensité dans le plan de mesure. Le principal désavantage de ces méthodes est qu'elles ne donnent des informations que dans le plan de mesure. Pour deux sources assez éloignées l'une de l'autre et non cohérentes, l'utilisateur pourrait observer deux zones où la pression ou l'intensité sont plus élevées. Mais si les sources sont trop proches, il n'y aura qu'un seul maximum sur la cartographie. La résolution spatiale est la distance entre deux sources à partir de laquelle il est possible de les distinguer. Fernandez Comesaña [11] évalue la résolution spatiale de différentes méthodes de cartographie acoustique pour des sources non cohérentes. Mais la cohérence des sources peut également introduire des erreurs sur les cartographies. Dans la figure 2.2, l'intensité de deux sources cohérentes est calculée sur une ligne de mesure. Dans ce cas, la cohérence des sources avec leur décalage de phase fait en sorte qu'il y a bien deux maximum, mais ils n'indiquent pas la position réelle des sources.

### 2.2.2 Formation de voies

La formation de voies est une technique de traitement de signaux de capteurs placés sur une antenne de  $M$  capteurs. Son but est de filtrer spatialement les signaux afin de ne retenir que ceux qui viennent d'une direction ou d'un point donné. Ce chapitre présente quatre approches populaires de formation de voies : la méthode de délais et somme, la méthode de variance minimale, la méthode MUSIC (Multiple Signal Classification) et deux méthodes de déconvolution.

#### Délais et somme

Les directions d'arrivées sont discrétisées en  $S$  angles  $\theta_s$  et l'amplitude des ondes est reconstruite une à une. Pour le filtrage, le délai de propagation des ondes entre les microphones

---

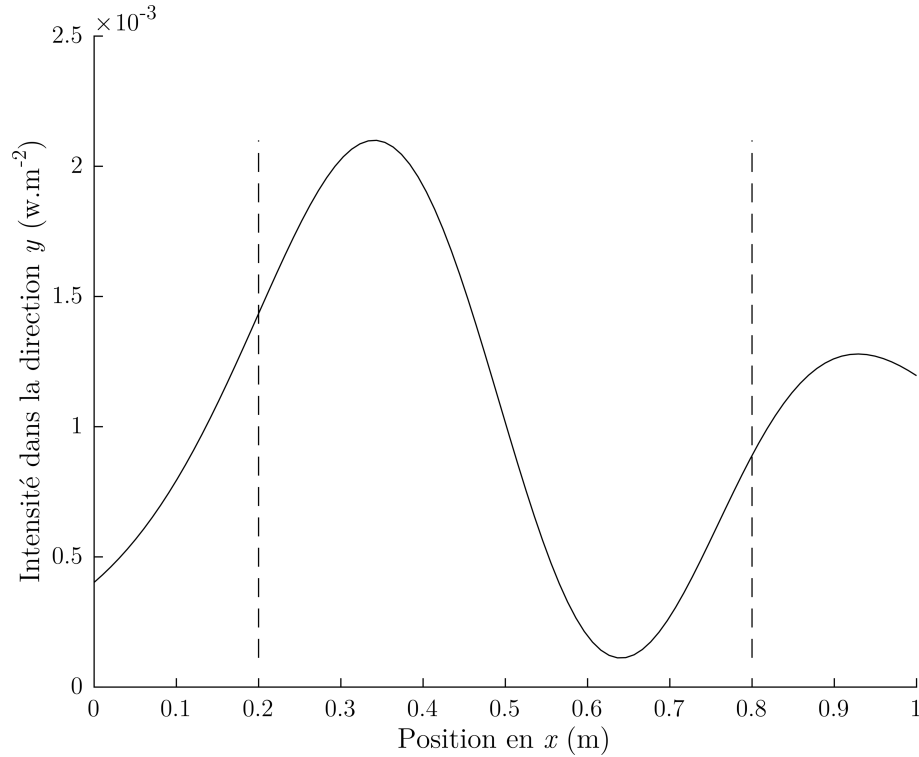


Figure 2.2 Intensité acoustique de 2 sources cohérentes. Les sources sont à 40 cm de la ligne de mesure. Elles ont une puissance égale et une différence de phase de  $\frac{\pi}{2}$ . Leur position en  $x$  est représentée par les lignes pointillées

est utilisé. Comme montré sur la figure 2.3a, le délai de propagation entre les microphones 1 et  $m$  pour une onde plane et une antenne linéique est :

$$\tau_{sm} = \frac{d_m \cos \theta_s}{c} \quad (2.3)$$

Pour une onde sphérique montrée dans la figure 2.3b ce délai est :

$$\tau_{sm} = \frac{1}{c} \left( r_s - \sqrt{r_s^2 + d_m^2 - 2r_s d_m \cos \theta_s} \right) \quad (2.4)$$

Contrairement au modèle d'ondes planes qui isole les ondes venant d'une direction d'arrivée, le modèle d'onde sphérique isole les ondes venant d'un point d'arrivée. Le modèle d'ondes sphériques sera utilisé pour une antenne proche des sources alors que le modèle d'ondes planes sera utilisé pour une antenne loin des sources. Par souci de simplicité, seul

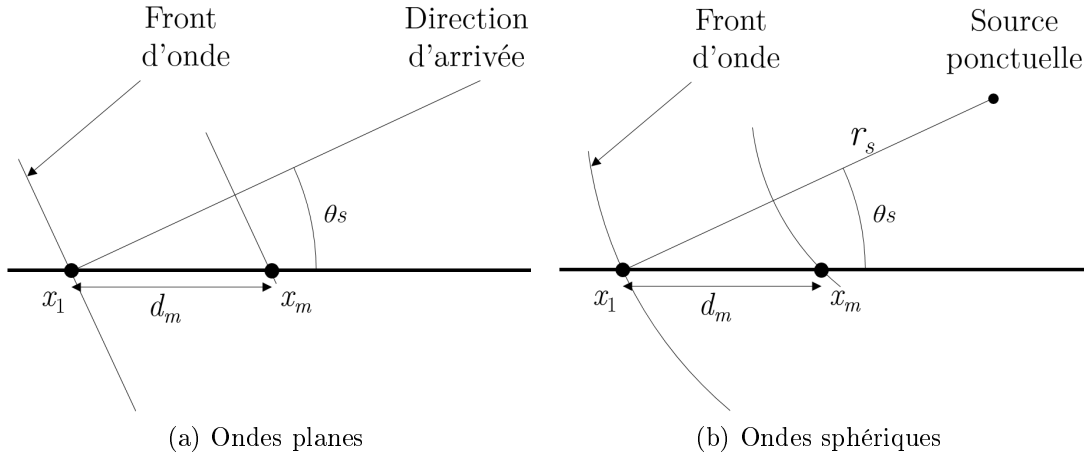


Figure 2.3 Ondes arrivant sur une antenne linéaire de microphones

le modèle d'ondes planes sera décrit dans la suite. Pour une fréquence donnée  $\omega$ , ce délai temporel se traduit par un décalage de phase qui s'exprime par le nombre complexe :

$$a_{sm} = \exp \left( -j\omega \frac{d_m \cos \theta_s}{c} \right) = \exp \left( -j \frac{2\pi d_m \cos \theta_s}{\lambda} \right) \text{ avec } \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.5)$$

La méthode classique de délais et somme consiste à appliquer un déphasage numérique à chaque microphone afin de compenser le retard de phase des ondes arrivantes de  $\theta_s$  pour ensuite les additionner :

$$p_s = \sum_{m=1}^M x_m a_{sm}^* \quad (2.6)$$

Ainsi, les ondes venant de  $\theta_s$  sont en phase et leur addition est constructive alors que les ondes ne venant pas de cette direction ne sont pas en phase et leur addition est destructive. L'équation 2.6 peut également s'écrire sous la forme matricielle :

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{x} \text{ avec } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11}^* & \dots & a_{1M}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{S1}^* & \dots & a_{SM}^* \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

où  $\mathbf{p}$  est le vecteur colonne des amplitudes des  $S$  ondes,  $\mathbf{x}$  le vecteur colonne des  $M$  signaux mesurés et  $\mathbf{A}$  est appelée matrice directionnelle. Les amplitudes  $\mathbf{p}$  ne sont pas quantitatives. Elles permettent de connaître les directions d'arrivées des sources en observant les



maxima de  $\mathbf{p}$ . Pour des raisons pratiques, les microphones sont disposés sur l'antenne avec un certain espacement et la taille de l'antenne n'est pas infinie. Pour ces deux raisons, des ondes ne venant pas de la direction visée pourront ne pas s'annuler complètement lors de la sommation. Des maxima peuvent alors apparaître là où il n'y a pourtant pas de source, on les appelle « lobes secondaires ». Diminuer l'espacement entre les microphones et augmenter la taille de l'antenne diminuent la taille des lobes. D'après Bai [3] la moitié de la plus petite longueur d'onde pour l'espacement des microphones est un bon compromis entre espacement et taille d'antenne pour un nombre limité de capteurs. Disposer les microphones aléatoirement sur une antenne peut également diminuer la taille des lobes secondaires. Bai [4] développe un algorithme d'optimisation permettant d'obtenir la meilleure disposition de microphones pour une antenne rectangulaire dans un cas donné. Il confirme qu'une disposition aléatoire des microphones est meilleure pour le modèle d'ondes planes. Il montre également que pour le modèle d'ondes sphériques, la disposition régulière des microphones est la meilleure. L'amplitude des signaux peut également être pondérée grâce à des fenêtres d'apodisation telle que « Hanning » ce qui a pour effet de réduire les lobes secondaires. En pratique, l'équation 2.7 est peu utilisée, plutôt remplacée par la matrice de covariance  $\mathbf{R}_{xx}$  estimée par exemple avec l'équation suivante [3] :

$$\mathbf{R}_{xx} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mathbf{x}(i\Delta t) \mathbf{x}^H(i\Delta t) \quad (2.8)$$

où  $\Delta t$  est la période d'échantillonnage et  $T$  le nombre d'échantillons. La puissance de sortie de l'antenne pour la méthode de délai et somme  $\mathbf{P}_{\text{DS}}$  sera alors [3] :

$$\mathbf{P}_{\text{DS}} = \frac{\mathbf{A} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{A}^H}{M^2} \quad (2.9)$$

Les méthodes de la variance minimale de Capon [8] et MUSIC (Multiple Signal Classification) sont largement utilisées afin d'améliorer la résolution.

### Variance minimale

Pour Stoica [34] la procédure de la Variance Minimale (VM) revient à trouver les vecteurs de pointage  $\mathbf{W}_s$  qui minimisent la variance tout en gardant le gain constant dans la direction  $\theta_s$  :

$$\min_{\mathbf{W}_s} \mathbf{W}_s \mathbf{R}_{xx} \mathbf{W}_s^H \text{ avec } \mathbf{W}_s \mathbf{A}_s^H = 1 \quad (2.10)$$

où  $\mathbf{A}_s$  est la ligne  $s$  de  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{W}_s$  est la ligne  $s$  de la matrice  $\mathbf{W}$ . Il donne comme solution :

$$\mathbf{W}_s^T = \frac{\mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{A}_s^T}{\mathbf{A}_s \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{A}_s^H} \quad (2.11)$$

Utiliser  $\mathbf{W}$  comme matrice directionnelle donne alors la puissance de sortie d'antenne :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{M}\mathbf{V}} = \frac{1}{\mathbf{A} \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{A}^H} \quad (2.12)$$

## MUSIC

Schmidt [30] décrit la méthode MUSIC qui se base sur le modèle de la matrice de covariance  $\mathbf{R}_{xx}$  :

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{A} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{A}^H + \mathbf{B} \mathbf{B}^H \quad (2.13)$$

où  $\mathbf{F}$  est le vecteur d'amplitude complexe des  $S$  signaux source,  $\mathbf{B}$  est le vecteur de bruit des  $M$  microphones. Dans le cas idéal où les bruits ne sont pas cohérents mais ont la même variance  $\sigma^2$ , l'équation 2.13 peut s'écrire :

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{A} \mathbf{R}_{FF} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (2.14)$$

où  $\mathbf{R}_{FF}$  est la matrice de covariance des signaux arrivant sur l'antenne et  $\mathbf{I}$  la matrice identité. Pour un nombre de sources  $N$  inférieur au nombre de microphones  $M$ , la matrice  $\mathbf{R}_{FF}$  comporte  $N$  valeurs propres  $\mu_n$  non nulles. Les valeurs propres de  $\mathbf{R}_{xx}$  sont alors :

$$\lambda_m = \begin{cases} \mu_m + \sigma^2 & \text{pour } m \leq N \\ \sigma^2 & \text{pour } N < m \leq M \end{cases} \quad (2.15)$$

Les valeurs propres associées aux sources sont alors nettement plus élevées que les valeurs propres associées au bruit. Le sous espace des sources peut ainsi être séparé du sous espace du bruit. Le sous espace du bruit est par conséquent :

$$\mathbf{E} = [\mathbf{e}_{N+1} \cdots \mathbf{e}_M] \quad (2.16)$$

où  $\mathbf{e}_m$  est le vecteur propre associé à la valeur propre  $\lambda_m$ . Schmidt [30] définit finalement la puissance de sortie d'antenne comme :

$$\mathbf{P}_{\text{MU}} = \frac{1}{\mathbf{A}\mathbf{E}\mathbf{E}^H\mathbf{A}^H} \quad (2.17)$$

### Déconvolution

Les méthodes DAMAS et Clean-SC sont également des méthodes très utilisées afin d'améliorer la résolution. Contrairement aux deux méthodes précédentes, ce sont des méthodes itératives dites de « déconvolution ». Brooks [7] formule la méthode DAMAS comme la résolution du problème inverse suivant :

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (2.18)$$

où  $\mathbf{y}$  est le signal de sortie d'antenne donné par une méthode de formation de voies,  $\mathbf{A}$  est une matrice directionnelle modifiée et  $\mathbf{x}$  est le niveau aux microphones à retrouver. Pour cela la matrice  $\mathbf{A}$  n'est pas inversée mais la méthode itérative de Gauss-Seidel est utilisée. La méthode Clean-SC de Sijtsma [33] utilise également le signal de sortie d'antenne donné par une méthode classique. Une source ponctuelle est placée à l'endroit où l'antenne donne le signal de sortie le plus important. Le lobe principal et les lobes secondaires causés par cette source sont simulés. La méthode tient compte du fait que les lobes secondaires sont spatialement cohérents avec le lobe principal. Les lobes sont supprimés pour être remplacés par la source ponctuelle. L'opération est répétée pour plusieurs sources. Récemment Padois [25] a comparé différentes techniques de formation de voies afin de localiser trois sources monopolaires non cohérentes dans un espace en trois dimensions. La méthode qui fournit la meilleure localisation des sources est la formulation alternative de DAMAS appelée SC-DAMAS proposé par Yardibi [36]. Il montre également que la méthode Clean-SC fournit une localisation aussi précise dans de nombreux cas avec un temps de calcul bien inférieur.

### 2.2.3 Holographie acoustique en champ proche

L'holographie acoustique en champ proche introduite au début des années 1980 par Williams [35] est une méthode qui permet de reconstruire le champ de pression sur un plan  $z_s$  à partir d'un champ de pression mesuré sur un plan  $z_m$  tel que représenté sur la figure 2.4. Cette section présente quatre approches populaires d'holographie acoustique en champ proche : la transformée de Fourier spatiale, la méthode des sources équivalentes, la mé-

thode SONAH (Statistically Optimal Near field Acoustical Holography) et la méthode des éléments finis de frontière (BEM).

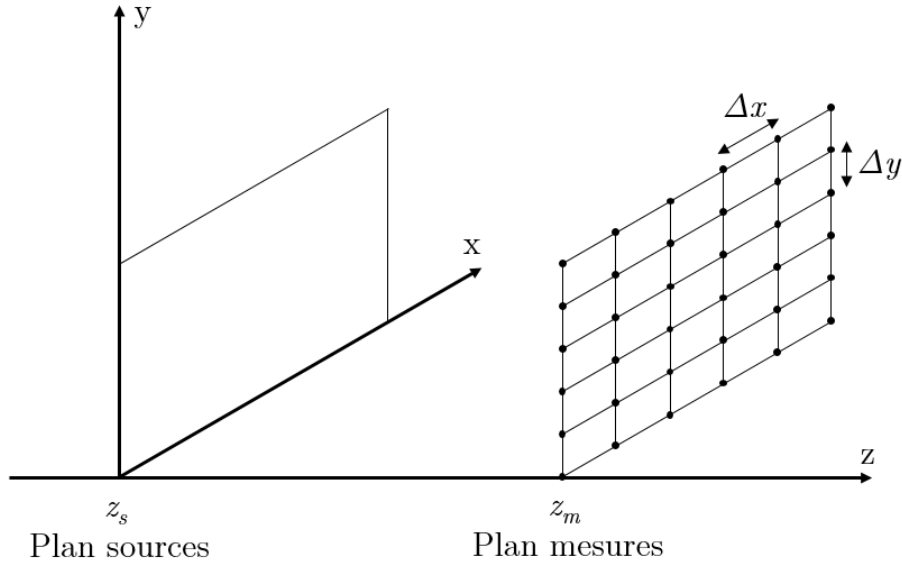


Figure 2.4 Position du plan des sources et du plan de mesure

### Transformée de Fourier spatiale

Le champ de pression est mesuré sur le plan  $z_m$  grâce à une antenne de microphones. Une transformée de Fourier temporelle est appliquée au signal de chaque microphone afin de passer dans le domaine fréquentiel, ce qui donne  $p(x, y, z_m, \omega)$ . Une transformée de Fourier spatiale est ensuite appliquée sur les deux dimensions de l'antenne  $x$  et  $y$  afin d'obtenir le spectre de nombre d'ondes  $p(k_x, k_y, z_m, \omega)$ . La transformée de Fourier spatiale sur le plan de mesure obéit aux mêmes lois que la transformée de Fourier temporelle. L'échantillonnage constant dans le domaine spatial se traduit par un espacement régulier des microphones.  $\Delta x$  et  $\Delta y$  sont constants dans la figure 2.4 mais  $\Delta x$  peut être différent de  $\Delta y$ . Le critère de Shannon dans le domaine spatial implique qu'il faut au minimum 2 points par longueur d'onde.  $\Delta x$  et  $\Delta y$  doivent alors être inférieurs à  $a$  tel que défini par la relation suivante :

$$a \leq \frac{\lambda_{min}}{2} = \frac{\pi}{k_{max}} \quad (2.19)$$

Le spectre peut être rétropropagé dans le domaine des nombres d'ondes. Si l'on considère qu'aucune onde ne se propage vers les sources, la relation est la suivante :

$$p(k_x, k_y, z_s, \omega) = p(k_x, k_y, z_m, \omega) e^{jk_z(z_m - z_s)} \quad (2.20)$$

où  $e^{jk_z(z_m-z_s)}$  est appelé propagateur inverse car vers le plan des sources.  $k_z$  est déterminé grâce à l'équation de dispersion :

$$k_z^2 = k^2 - k_x^2 - k_y^2 \quad (2.21)$$

La transformée de Fourier spatiale inverse sur le spectre de nombre d'ondes en  $z_s$  donne ainsi le champ de pression dans le domaine fréquentiel. Le champ de pression en  $z_s$  en fonction du champ de pression en  $z_m$  est donc obtenu à la fréquence  $\omega_0$  grâce à la relation suivante :

$$p(x, y, z_s, \omega) = \text{TF}_{x,y}^{-1} [\text{TF}_{x,y} [p(x, y, z_m, \omega)] e^{jk_z(z_m-z_c)}] \quad (2.22)$$

où  $\text{TF}_{x,y}[\ ]$  est la transformée de Fourier spatiale dans les directions  $x$  et  $y$ . L'équation d'Euler appliquée au problème permet d'obtenir également les vitesses et donc les intensités en  $z_s$  dans les trois directions. La transformée de Fourier spatiale existe également en coordonnées cylindriques et sphériques ce qui rend l'utilisation d'antennes avec des géométries différentes possible. On peut voir grâce à l'équation de dispersion 2.21 que deux cas se distinguent :

$$e^{jk_z(z_m-z_c)} = \begin{cases} e^{j\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}(z_m-z_c)} & \text{pour } k^2 \geq k_x^2 + k_y^2 \text{ soit } k_z \text{ réel} \\ e^{\sqrt{k_x^2+k_y^2-k^2}(z_m-z_c)} & \text{pour } k^2 < k_x^2 + k_y^2 \text{ soit } k_z \text{ imaginaire} \end{cases} \quad (2.23)$$

L'équation 2.23 montre que pour  $k_z$  réel, le propagateur inverse applique à chaque onde un changement de phase aux ondes sans modifier leur amplitude. Ce sont des ondes propagatives. Dans l'holographie acoustique classique, seules les ondes propagatives sont utilisées. On a donc sur l'hologramme mesuré et donc rétropropagé :

$$k_x^2 + k_y^2 \leq k^2 \quad (2.24)$$

Lors de la transformée de Fourier spatiale inverse, le critère de Shannon impose alors la distance minimale pour laquelle il est possible de distinguer deux sources. On appelle cette distance « résolution »  $R$  :

$$R \geq \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{k} \quad (2.25)$$

Cela s'avère désavantageux en basse fréquence. L'holographie en champ proche utilise aussi les  $k_z$  imaginaires. L'équation 2.23 montre que pour  $k_z$  imaginaire, le propagateur inverse applique à chaque onde une augmentation exponentielle de leur amplitude lorsqu'elles se rapprochent des sources. À l'inverse, le propagateur applique une diminution exponentielle sur les ondes lorsqu'elles s'éloignent des sources : Ce sont des ondes évanescentes. De ce fait, il faut approcher l'antenne de microphones pour pouvoir capter et utiliser ces ondes. C'est pourquoi l'holographie qui utilise ces ondes est dite en champ proche. L'avantage qu'offre cette méthode est que l'inégalité 2.24 n'est alors plus obligatoire, la résolution est donc en théorie infinie. Mais du fait de la décroissance rapide des ondes évanescentes, leur amplitude peut être égale ou inférieure à celle du bruit. La rétropropagation de ces ondes peut ainsi causer une forte augmentation du bruit de mesure et donc des erreurs sur le champ de pression reconstruit. Il faut donc filtrer les ondes dont le niveau est inférieur à celui du bruit. D'après l'équation 2.23, plus  $k_x^2 + k_y^2$  est grand par rapport à  $k^2$ , plus les ondes évanescentes décroissent rapidement en s'éloignant des sources. Il y a donc un certain  $k_{max} > k$  pour lequel le niveau de bruit devient plus important que celui du signal. La résolution augmente avec  $k_{max}$ . La résolution que l'on peut obtenir avec l'holographie en champ proche dépend donc du niveau de bruit et de la distance entre le plan de mesure et le plan des sources. Williams [35] donne l'expression de la résolution :

$$R = \frac{20\pi(z_m - z_c)}{D \ln(10)} \text{ avec } D = 20 \log_{10} \left( \frac{|M_{max}|}{|B|} \right) \quad (2.26)$$

où  $M_{max}$  est l'amplitude maximum mesurée et  $B$  est le niveau de bruit.

Les méthodes présentées ensuite permettent d'éviter les problèmes liés à l'utilisation de la transformée de Fourier spatiale.

### Méthode des sources équivalentes

La méthode des sources équivalentes appliquée à l'holographie en champ proche est présentée par Sarkissian [29]. Dans cette méthode, une distribution arbitraire de sources équivalentes est faite sur le plan  $z_{se}$ , dans la figure 2.5.

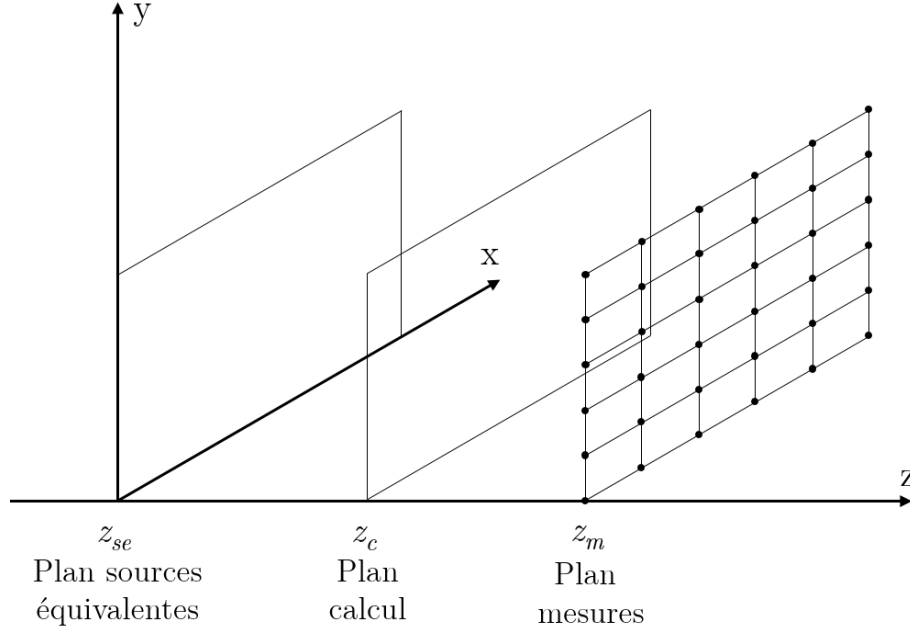


Figure 2.5 Position du plan des sources équivalentes, du plan de calcul et du plan de mesure

Sarkissian [29] choisit une distribution uniforme des sources. La pression  $p(r)$  au point de mesure  $r$  est :

$$p(r) = \sum_{j=1}^{N'} G(r, r_{sj}) q_j \text{ avec } G(r, r_s) = \frac{e^{ik|r_s - r|}}{4\pi|r_s - r|} \quad (2.27)$$

où  $N'$  est le nombre de sources équivalentes,  $q_j$  est le débit volumique de la source  $j$  à la position  $r_{sj}$  et  $G(r, r_s)$  la fonction de Green en champ libre. L'équation 2.27 peut être écrite sous la forme matricielle :

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{q} \quad (2.28)$$

Le niveau de chaque source équivalente est calculée grâce à l'inversion de la matrice  $\mathbf{G}$ . Les pressions sur le plan de calcul  $z_c$  sont ensuite déterminées en utilisant l'équation 2.28 où les  $i$  seront cette fois-ci des points sur le plan  $z_c$ . Si  $N'$  est grand, la matrice  $\mathbf{G}$  sera mal conditionnée. Son inversion causera donc des erreurs sur la puissance des sources. La décomposition en valeurs singulières est alors utilisée sur  $\mathbf{G}$ . La troncature des dernières valeurs singulières qui correspondent aux ondes les plus évanescences permet la régularisation de ce problème.

### Méthode SONAH (Statistically Optimal Near field Acoustical Holography)

Cette méthode décrite par Hald [14] permet de calculer la pression en un point de l'espace  $r$  entre le plan des sources et le plan de mesure grâce à une somme pondérée des pressions mesurées :

$$p(r) = \sum_{j=1}^M c_j(r) p_j = \mathbf{p}^T \mathbf{c}(r) \quad (2.29)$$

où  $\mathbf{p}$  est le vecteur colonne des pressions mesurées en  $r$  et  $\mathbf{c}$  le vecteur de propagation qui ne dépend que de la position  $r$ . Un ensemble de fonctions d'ondes élémentaires planes  $\Psi_n$ ,  $n = 1, \dots, N$ , pouvant décrire avec une précision suffisante tous les champs de pression pouvant exister dans le milieu, est choisi. Les ondes élémentaires retenues doivent couvrir toutes les ondes propagatives mesurées ainsi que les ondes évanescentes qui ont une amplitude significative sur le plan de mesure. Cela conduit souvent à un ensemble d'ondes  $N$  plus grand que le nombre de points de mesure  $M$ . Il faut alors calculer les amplitudes et phases de chaque onde élémentaire qui représente le champ de pression. Cela est fait en déterminant les coefficients complexes  $a_n$  qui permettent de reconstruire au mieux le champ de pressions mesuré grâce à l'équation suivante :

$$p_i = \sum_{n=1}^N a_n \Psi_n(r_i) \text{ avec } i = 1, \dots, M \quad (2.30)$$

qui peut également s'écrire sous la forme matricielle :

$$\mathbf{p} = \mathbf{B} \mathbf{a} \quad (2.31)$$

où  $\mathbf{p}$  est le vecteur colonne des pressions mesurées,  $\mathbf{B}$  est la matrice à  $M$  lignes et  $N$  colonnes des  $\Psi_n(r_i)$  et  $\mathbf{a}$ , le vecteur colonne des coefficients  $a_n$ . La solution régularisée par la méthode de Tikhonov de  $\mathbf{a}$  pour  $N > M$  est donnée par Hald [14] :

$$\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{B}^H (\mathbf{B} \mathbf{B}^H + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{p} \quad (2.32)$$



où  $\lambda$  est un paramètre de régularisation et  $\mathbf{I}$ , la matrice identité. Le vecteur  $\tilde{\mathbf{a}}$  peut par la suite être utilisé pour calculer la pression dans le milieu :

$$\tilde{p}(r) = \sum_{n=1}^N \tilde{a}_n \Psi_n(r) = \tilde{\mathbf{a}}^T \boldsymbol{\alpha}(r) \quad (2.33)$$

où  $\boldsymbol{\alpha}(r)$  est le vecteur colonne des  $\Psi_n(r)$ . L'expression de  $\mathbf{c}(r)$  est déterminée à partir des équations 2.29, 2.32 et 2.33 :

$$\mathbf{c}(r) = (\mathbf{A}^H \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^H \boldsymbol{\alpha}(r) \text{ avec } \mathbf{A} = \mathbf{B}^T \quad (2.34)$$

### Méthode des éléments finis de frontière (BEM)

Cette méthode décrite par Bai [2] utilise l'équation intégrale de Helmholtz :

$$\alpha(r)p(r) = \int_{S_s} \left( p(r_s) \frac{\partial}{\partial n_s} G(r, r_s) - G(r, r_s) \frac{\partial}{\partial n_s} p(r_s) \right) dS_s \quad (2.35)$$

où  $S_s$  est la surface fermée des sources,  $r_s$  est un point sur  $S_s$  et  $r$ , un point de l'espace,  $\alpha = 1$  pour  $r \neq r_s$  et  $G(r, r_s)$ , la fonction de Green en champ libre. La surface  $S_s$  est divisée en  $M$  éléments  $\Delta S_m$  quadratiques, triangulaires ou quadrilatéraux. Les éléments triangulaires comportent six noeuds alors que les quadrilatéraux en comportent huit. La surface  $S_s$  comporte par conséquent  $N$  noeuds. La pression sur chaque élément est calculée en fonction d'une somme des pressions aux noeuds et de fonctions quadratiques dans les coordonnées locales de l'élément. L'équation 2.35 peut enfin s'écrire sous forme matricielle :

$$\alpha(r)p(r) = \mathbf{D}^{ps} \mathbf{P}^s - \mathbf{S}^{ps} \mathbf{P}_n^s \quad (2.36)$$

où  $\mathbf{P}^s$  et  $\mathbf{P}_n^s$  sont les vecteurs colonnes de  $p$  et  $\frac{\partial}{\partial n_s} p(r_s)$  aux  $N$  noeuds.  $\mathbf{D}^{ps}$  et  $\mathbf{S}^{ps}$  sont les vecteurs lignes :

$$\mathbf{D}^{ps} = \int_{\Delta S_m} \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial n_q} \mathbf{J} \mathbf{N} dS_q; \mathbf{S}^{ps} = \int_{\Delta S_m} \mathbf{G} \mathbf{J} \mathbf{N} dS_q \quad (2.37)$$

avec  $\mathbf{N}$ , les fonctions quadratiques et  $\mathbf{J}$  le jacobien de la transformation des coordonnées. Dans le problème inverse de rétropropagation, les pressions  $\mathbf{P}^h$  sont mesurées en  $N$  points qui ne sont pas sur le plan des sources :

$$\mathbf{P}^h = \mathbf{D}^{hs} \mathbf{P}^s - \mathbf{S}^{hs} \mathbf{P}_n^s \quad (2.38)$$

où  $\mathbf{D}^{hs}$  et  $\mathbf{S}^{hs}$  sont les matrices carrées des intégrales 2.37 qui se rapportent aux  $N$  nœuds et  $N$  points de mesure. Bai [2] montre diverses méthodes afin d'éliminer  $\mathbf{P}^s$  pour calculer  $\mathbf{P}_n^s$  ou à l'inverse, éliminer  $\mathbf{P}_n^s$  pour calculer  $\mathbf{P}^s$ . Chacune de ces méthodes fait appel à l'inversion de matrices pouvant conduire à des problèmes de régularisation. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de reconstruire le champ de pression sur une surface pouvant présenter des formes quelconques.

## Comparaison

Récemment, Chelliah [9] a comparé expérimentalement les quatre méthodes décrites ci-dessus. Lorsque les mesures peuvent être prises très proche des sources, la méthode par transformée de Fourier spatiale donne des résultats similaires aux autres, ce qui en fait la meilleure méthode car elle requiert moins d'efforts de calcul. En revanche, quand les mesures s'éloignent des sources, les autres méthodes (sources équivalentes, éléments finis, SONAH) sont plus précises. Parmi ces dernières, la méthode des sources équivalentes est celle qui demande le moins d'efforts de calcul.

### 2.2.4 Méthodes de régularisation des problèmes inverses

De manière générale, le problème de localisation des sources peut souvent se traduire par le problème direct suivant :

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (2.39)$$

où  $\mathbf{y}$  est un vecteur de  $M$  observations,  $\mathbf{x}$  est un vecteur de  $N$  sources candidates et  $\mathbf{A}$  est un opérateur linéaire à  $N$  colonnes et  $M$  lignes. La localisation des sources est faite en déterminant les sources  $\mathbf{x}$  qui permettent de retrouver les sources  $\mathbf{y}$  grâce à la transformation  $\mathbf{A}$ . Dans le cas réel, des hypothèses sont toujours faites sur la relation  $\mathbf{A}$  entre les sources et les observations. De plus, il existe un bruit de mesure qui n'est pas

causé par les sources  $\mathbf{x}$  et vient s'ajouter aux observations  $\mathbf{y}$ . Le problème direct est alors en réalité :

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (2.40)$$

où  $\mathbf{b}$  représente le bruit de mesure et les approximations sur  $\mathbf{A}$ .  $\mathbf{b}$  étant inconnu par nature, le  $\mathbf{x}$  qui permet d'obtenir  $\mathbf{y}$  n'existe donc pas. Il faut alors chercher  $\mathbf{x}$  qui donne la solution la plus proche de  $\mathbf{y}$ . Cette solution est celle qui minimise le critère des moindres carrés suivant :

$$F = \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (2.41)$$

où  $\|\mathbf{x}\|_2$  est la norme euclidienne ou  $l_2$  de  $\mathbf{x}$  :  $\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_N^2}$ . La solution analytique de  $\mathbf{x}$  qui minimise  $F$  est alors :

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y} \quad (2.42)$$

Dans le problème direct traduit par l'équation 2.39, il est possible qu'une forte variation de  $\mathbf{x}$  crée une faible variation de  $\mathbf{y}$  inférieure au bruit de mesure. Dans ce cas dans l'équation 2.42, une faible perturbation de  $\mathbf{y}$  causera une forte perturbation de  $\mathbf{x}$  et les sources seront donc mal estimées. C'est une situation très courante dans la résolution des problèmes inverse en acoustique. De tels problèmes sont appelés « instables » ou « mal conditionnés ». La régularisation des problèmes mal conditionnés consiste à déceler la partie qui cause le mauvais conditionnement de  $\mathbf{A}$  et à l'atténuer ou la supprimer. Lorsqu'une partie de  $\mathbf{A}$  est atténuée, le bruit a moins d'impact sur les sources. Mais une partie de l'information est perdue : la solution est plus stable mais la précision est diminuée. Il y a donc un compromis à trouver entre stabilité du problème et précision de la solution, il s'agit du degré de régularisation. La régularisation est un point très important dans les méthodes classiques de localisation de sources acoustique. Il existe plusieurs méthodes de régularisation dans la littérature. Les principales commencent par la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice  $\mathbf{A}$ . D'après Nelson [21], la SVD peut s'appliquer à la matrice  $\mathbf{A}$  de la manière suivante :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (2.43)$$

où  $\mathbf{U}$  est la matrice des vecteurs singuliers gauche,  $\mathbf{V}$  est la matrice des vecteurs singuliers droite.  $\mathbf{\Sigma}$  est la matrice diagonale composée des valeurs singulières  $\sigma_i$ . Grâce à la SVD et aux propriétés de  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$ , l'équation 2.42 peut se réécrire de la manière suivante :

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{U}^H\mathbf{y} \quad (2.44)$$

$\mathbf{D}$  est la matrice diagonale inverse de  $\mathbf{\Sigma}$  dont les éléments sont  $\frac{1}{\sigma_i}$ . Le conditionnement de la matrice se traduit par l'écart entre les plus petits et les plus grands  $\sigma_i$ . De faibles perturbations sur  $\mathbf{y}$  vont donner de trop grands écarts sur  $\mathbf{x}$  pour les plus petits  $\sigma_i$ . Le conditionnement d'une matrice est quantifié grâce au nombre de conditionnement  $K(\mathbf{A})$  :

$$K(\mathbf{A}) = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} \quad (2.45)$$

D'après Nelson [21], il peut être démontré en utilisant les propriétés des normes sur les matrices qu'une perturbation  $\delta\mathbf{x}$  vérifie :

$$\frac{\|\delta\mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} = K(\mathbf{A}) \frac{\|\delta\mathbf{y}\|_2}{\|\mathbf{y}\|_2} \quad (2.46)$$

### Méthode de la troncature

La méthode de la troncature consiste à ignorer les  $\sigma_i$  les plus petits. Les éléments avec les  $\sigma_i$  les plus petits sont remplacés par 0 dans la matrice  $\mathbf{D}$ . Cette technique permet d'améliorer la stabilité du problème inverse, mais le nombre de valeurs à ignorer est arbitraire et il n'y a pas de méthode qui permette de choisir un degré de régularisation.

### Régularisation de Tikhonov

La régularisation de Tikhonov consiste à minimiser  $F$  en ajoutant un terme de pénalité sur la norme de  $\mathbf{x}$ . La nouvelle fonction à minimiser est alors :

$$F = \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{T}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (2.47)$$

Dans le cas standard, la matrice de Tikhonov  $\mathbf{T}$  est la matrice identité et  $\lambda$  est le paramètre de régularisation. D'après Nelson [21], il peut également être montré que la SVD peut être appliquée à ce nouveau problème avec l'expression suivante de  $\mathbf{x}$  :

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{D}_R\mathbf{U}^H\mathbf{y} \quad (2.48)$$

où les éléments de  $\mathbf{D}_R$  sont :  $\frac{\sigma_i}{\sigma_i^2 + \lambda}$ . Ainsi, l'effet de  $\lambda$  est négligeable pour les  $\sigma_i$  grands et l'amplitude des éléments avec des  $\sigma_i$  les plus faibles est atténuée. Plus  $\lambda$  est grand et plus le problème est régularisé. Kim [16] montre deux méthodes qui permettent de choisir un  $\lambda$  optimal sans connaissance a priori du problème. Il s'agit de la méthode de la courbe en L et de la validation croisée.

### Méthode de la courbe en L

Cette méthode est un outil graphique où est tracée la norme de  $\mathbf{x}$  en fonction du résidu de la fonction  $F$  non régularisée (équation 2.41) pour une large plage de  $\lambda$ . Dans le cas standard où  $\mathbf{T}$  est la matrice identité, la courbe est  $\|\mathbf{x}\|_2^2$  en fonction de  $\|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2$ . L'intérêt de cette courbe est qu'elle forme un L lorsqu'elle est tracée sur une échelle logarithmique (voir figure 2.6). La partie verticale apparaît lorsqu'augmenter  $\lambda$  diminue la norme de  $\mathbf{x}$  et améliore la stabilité de la solution en augmentant peu l'erreur  $F$  non régularisée. Lorsque  $\lambda$  continue à augmenter, l'erreur commence à augmenter plus significativement sans pour autant améliorer fortement la stabilité de la solution ce qui donne la partie horizontale. Le  $\lambda$  optimal est celui qui permet d'obtenir le coin du L.

### Validation croisée généralisée appliquée à la SVD

Dans cette méthode, il faut calculer la fonction de validation croisée généralisée ( $GCV$ ) qui dépend de  $\lambda$  et s'écrit :

$$GCV(\lambda) = \frac{\frac{1}{M} \|(\mathbf{I} - \mathbf{B}(\lambda))\mathbf{y}\|_2^2}{\left[ \frac{1}{M} \text{Tr}(\mathbf{I} - \mathbf{B}(\lambda)) \right]^2} \quad (2.49)$$

où  $M$  est le nombre de mesures,  $\text{Tr}()$  est la trace d'une matrice et  $\mathbf{B}(\lambda)$  est la matrice suivante :

$$\mathbf{B}(\lambda) = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}^H \quad (2.50)$$

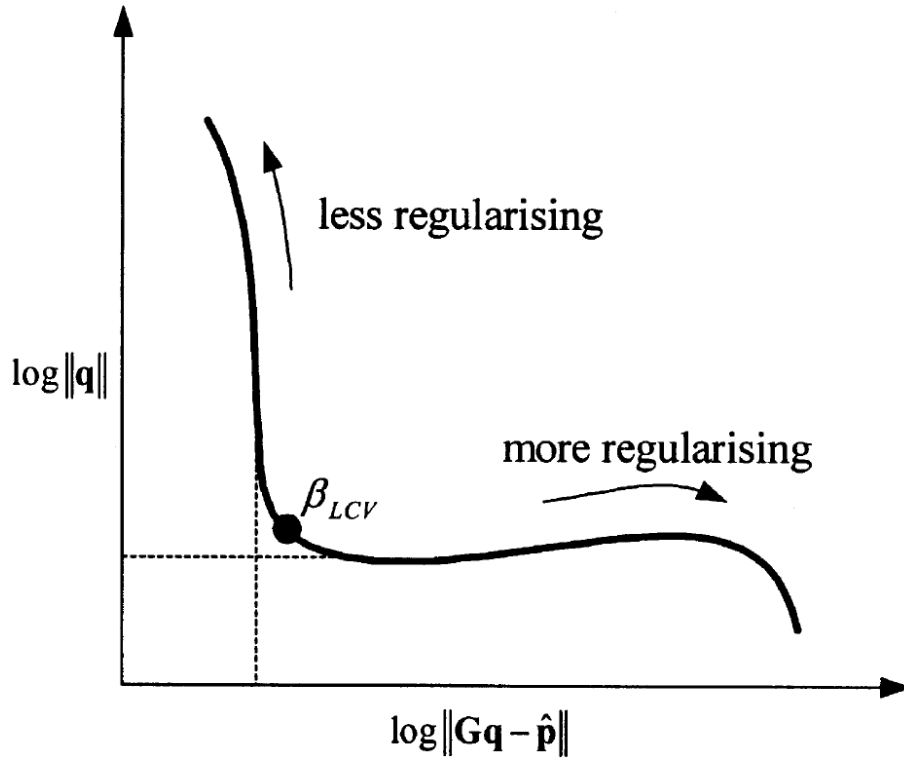


Figure 2.6 Forme classique de la courbe en L [16].  $\lambda$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  sont dans la figure respectivement  $\beta$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{q}$  et  $\mathbf{p}$

Le  $\lambda$  optimal est alors celui qui minimise la fonction  $GCV$ . La figure 2.7 montre l'allure typique de  $GCV$  en fonction de  $\lambda$ .

Kim [16] montre grâce à des résultats numériques et expérimentaux que la méthode de la validation croisée généralisée donne une régularisation plus faible et est plus adaptée à des problèmes comportant peu de bruit alors que la méthode de la courbe en L est plus appropriée dans des conditions plus bruitées.

### Méthodes parcimonieuses

Un signal est parcimonieux s'il peut être décrit par un faible nombre de coefficients non nuls dans  $\mathbf{x}$  après transformation par  $\mathbf{A}$ . Pour trouver une solution parcimonieuse, il faut minimiser le nombre d'éléments non nul de  $\mathbf{x}$  (appelé norme  $l_0$ ) tout en gardant le critère des moindres carrés inférieur à une certaine valeur :

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_0 \text{ avec } \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (2.51)$$

En pratique, la minimisation de la norme  $l_0$  de  $\mathbf{x}$  est très difficile à calculer. D'après Peillot [27], la norme  $l_0$  peut être remplacée par la norme  $l_1$  dans la recherche d'une solution

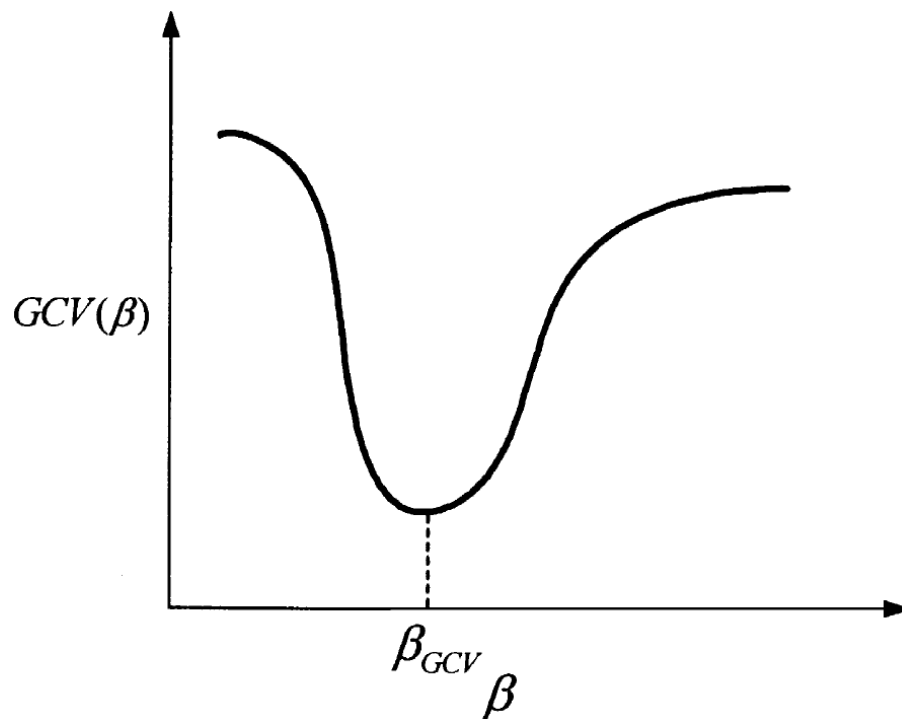


Figure 2.7 Forme typique de la fonction  $GCV$  [16].  $\lambda$  est  $\beta$  dans la figure

parcimonieuse si certaines conditions sur la matrice  $\mathbf{A}$  sont respectées. La norme  $l_1$  est :  $\|\mathbf{x}\|_1 = |x_1| + \dots + |x_N|$ . En remplaçant la norme  $l_0$  par la norme  $l_1$ , le problème peut s'écrire sous la forme d'une fonction à minimiser :

$$F = \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \quad (2.52)$$

où  $\lambda$  dépend de  $\varepsilon$ . Sous cette forme, l'analogie avec la régularisation de Tikhonov peut facilement être faite. Dans l'équation 2.47, une pénalité est ajoutée sur l'énergie de  $\mathbf{x}$  alors que dans l'équation 2.52, une pénalité est ajoutée sur la parcimonie de  $\mathbf{x}$ . Plusieurs solutions ont été développées afin de minimiser  $F$  dans l'équation 2.52. Padois [26] explore deux algorithmes appelés "Orthogonal Matching Pursuit" et "truncated Newton interior-point" utilisés dans le but de résoudre ce problème. Il montre l'aptitude de ces méthodes pour localiser des sources et leur réflexion dans un temps raisonnable pour une utilisation industrielle.

## 2.3 Conclusion

La section 2.1 a montré la nécessité d'une méthode permettant de localiser les sources sur un système d'entraînement. La section 2.2 s'est intéressé aux méthodes les plus classiques

pour localiser des sources de bruit. Elles sont la cartographie acoustique, la formation de voies et l'holographie.

- La cartographie acoustique ne donne une information que sur le plan de mesure. Elle ne permet pas de localiser des sources cohérentes dont le champ acoustique est mesuré trop loin.
- La formation de voies permet de localiser des sources dans un espace en trois dimensions mais des hypothèses sont faites sur la cohérence des sources. De plus, la précision décroît quand la fréquence diminue. La fréquence des sources sur un système d'entraînement de motoneige est inférieure à 500 Hz et il est impossible de faire des hypothèses sur la cohérence des sources.
- L'holographie permet de reconstruire un champ acoustique plus proche des sources. La résolution peut être excellente même à basse fréquence dépendamment du bruit de mesure. Mais cette méthode ne permet pas de reconstruire le champ à l'intérieur du volume où pourraient se trouver les sources.

Il faut alors se tourner vers des méthodes moins classiques. Sidki [32] propose une méthode permettant de localiser des sources ponctuelles dont la cohérence est inconnue dans un environnement en trois dimensions. Cette méthode se base sur un modèle de rayonnement des sources. Elle consiste à déterminer les caractéristiques des sources qui permettent de reconstruire le champs acoustique mesuré grâce à une méthode d'optimisation. Dans son article Sidki compare l'utilisation de la pression acoustique, l'intensité dans la direction des sources et l'intensité dans les trois dimensions (3-D). L'intensité 3-D est la quantité acoustique qui permet le mieux de localiser les sources. Il obtient les caractéristiques des sources grâce à la méthode du gradient. Il valide également sa méthode avec un modèle numérique où un bruit de mesure est simulé. Cette méthode n'a pas, à la connaissance de l'auteur, été utilisée ou améliorée depuis sa publication en 1988. Cette méthode ne semble pas faire face aux limitations des trois méthodes classiques citées précédemment. Dans cette thèse le travail de Sidki est repris avec quelques originalités :

- L'amplitude de l'intensité est utilisée à la place de la densité spectrale ce qui simplifie les équations.
  - Le modèle tient compte de la réflexion des ondes sur le sol. La réflexion est donc une nouvelle caractéristique à déterminer.
  - La méthode de Newton est utilisée en plus du gradient.
  - Une motoneige produit des champs de pression ou d'intensité différents, dépendamment de la vitesse d'avancement de celle-ci. Cette spécificité est prise en compte en utilisant plusieurs cartographies pour localiser les sources.
-



- 
- Une méthode permettant de déterminer le nombre de sources est proposée.



# CHAPITRE 3

## MÉTHODOLOGIE

L'intensité rayonnée dépend entre autres de la position des sources. Le but de la méthode est de retrouver la position des sources qui permet de reproduire l'intensité mesurée. Pour cela, un modèle de rayonnement des sources est utilisé. L'obtention de ce modèle est le problème direct. Le calcul de la position des sources qui permet de reproduire les intensités mesurées avec le modèle est le problème indirect. S'il n'y a qu'une seule position possible permettant de reproduire les intensités mesurées, c'est que cette position est la position réelle des sources.

### 3.1 Problème direct

#### 3.1.1 Hypothèses

Cette méthode a pour but de localiser les sources d'un système d'entraînement de motoneige. Les hypothèses proposées correspondent à ce problème :

- Les sources sont ponctuelles. Les essais réalisés dans le cadre du projet ont été faits sur une suspension de motoneige sans tunnel. Le tunnel est la seule partie du système d'entraînement possédant de grandes surfaces, cette hypothèse est donc acceptable.
- Les sources n'ont pas de directivité. La directivité des sources augmente quand leur dimension augmente par rapport à la longueur d'onde. Les fréquences émises par le système d'entraînement sont inférieures à 500 Hz. La longueur d'onde est donc grande par rapport aux dimensions des sources.
- L'atténuation des ondes est géométrique et non dissipative. La dissipation étant faible à basse fréquence, cette hypothèse est également acceptable.
- Les sources rayonnent en champ libre. Il n'y a pas de surface permettant d'atténuer ou de dévier les ondes sur la suspension. La réflexion avec le sol est cependant considérée.
- Le signal est stationnaire.

Aucune hypothèse n'est faite sur la cohérence entre les sources. Elle sera donc un des paramètres à calculer.

Dans le modèle, l'intensité calculée en un point dépend de :

- La position des sources dans les trois directions.
- La puissance des sources.
- La phase des sources.
- La cohérence entre les sources.
- La réflexion sur le sol.
- La fréquence des sources qui n'est pas un paramètre à calculer.

### 3.1.2 Expression

Dans le cas de sources non cohérentes, l'intensité en un point est la somme des intensités de chaque source. Elle s'exprime simplement en fonction de la puissance et de la position de chaque source :

$$I_{yi} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^K [W_k(y_k - y_i)d_{ik}^{-3}] = \sum_{k=1}^K [I_{yik}] \quad (3.1)$$

où  $I$  est l'intensité,  $W$  la puissance,  $y$  la position. L'indice  $i$  désigne un point de calcul, l'indice  $k$ , une source et l'indice  $y$ , une direction. Les intensités dans la direction  $x$  et  $z$  sont également utilisées. Lorsqu'une quantité possède un  $y$  en indice à gauche d'une équation, la même quantité peut être calculée dans les autres directions en remplaçant les  $y$  par des  $x$  ou des  $z$  à gauche et à droite de l'équation.  $d_{ik}$  est la distance entre  $i$  et  $k$  avec :

$$d_{ik} = \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 + (z_k - z_i)^2} \quad (3.2)$$

L'équation 3.1 est fautive dans le cas où les sources sont cohérentes. En effet, des ondes cohérentes s'ajoutent de manière constructive ou destructive dépendamment de leur phase. L'intensité sera alors calculée à partir de la pression et de la vitesse instantanée de chaque source. L'intensité en un point est la moyenne de la pression multipliée par la vitesse en ce point. Dans le cas de sources harmoniques, elle est calculée grâce à l'expression suivante :

$$I_{yi} = \frac{1}{2} \text{Re} [p_i v_{yi}^*] = \text{Re} [\tilde{I}_{yi}] \quad (3.3)$$

où  $p$  et  $v$  sont la pression instantanée et la vitesse instantanée et  $\tilde{I}$  est l'intensité complexe. Pour  $K$  sources cohérentes, l'intensité totale est :

$$\tilde{I}_{yi} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K [p_{ik}] \sum_{k=1}^K [v_{yik}^*] \quad (3.4)$$

que l'on peut écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{yi} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K [p_{ik} v_{yik}^*] + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l=k+1}^K [p_{ik} v_{yil}^* + p_{il} v_{yik}^*] \\ &= \sum_{k=1}^K [\tilde{I}_{yik}] + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l=k+1}^K [\tilde{C}_{yikl}] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dans l'équation précédente  $\tilde{I}_{yik}$  est l'intensité de la source  $k$  de l'équation 3.1, sous sa forme complexe.  $\tilde{C}_{yikl}$  est un terme d'interférence. Lorsque la cohérence des sources n'est pas parfaite, l'amplitude des interférences diminue. Le coefficient  $\gamma_{kl}$  est alors ajouté à l'équation 3.5 pour tenir compte de la valeur de la cohérence entre les sources  $k$  et  $l$  :

$$\tilde{I}_{yi} = \sum_{k=1}^K [\tilde{I}_{yik}] + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l=k+1}^K [\gamma_{kl} \tilde{C}_{yikl}] \quad (3.6)$$

avec  $0 \leq \gamma_{kl} \leq 1$ . La pression acoustique instantanée  $p_{ik}$  de la source  $k$  au point  $i$  peut s'exprimer en fonction des paramètres du modèle :

$$p_{ik} = \sqrt{\frac{W_k \rho c}{2\pi}} d_{ik}^{-1} e^{j\varphi_k} e^{-jkd_{ik}} e^{j\omega t} \quad (3.7)$$

où  $\varphi_k$  est la phase de la source  $k$ . La relation entre la pression et la vitesse en  $y$  est donnée par la formule d'Euler :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial v_y}{\partial t} \quad (3.8)$$

Le membre de gauche de l'équation précédente est calculé grâce à l'équation 3.7 :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{ik}}{\partial y} &= -\sqrt{\frac{W_k c}{2\pi\rho}} (y_k - y_i) (d_{ik}^{-3} + jk d_{ik}^{-2}) e^{j\varphi_k} e^{-jk d_{ik}} e^{j\omega t} \\ &= \frac{\partial v_{yik}}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$v_{yik}$  est alors calculé en intégrant l'équation précédente :

$$v_{yik} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{W_k c}{2\pi\rho}} (y_k - y_i) (j d_{ik}^{-3} - k d_{ik}^{-2}) e^{j\varphi_k} e^{-jk d_{ik}} e^{j\omega t} \quad (3.10)$$

Tous les termes de l'équation 3.5 peuvent ainsi être écrits en fonction des paramètres du modèle :

$$\tilde{I}_{yik} = \frac{W_k}{4\pi} (y_k - y_i) \left( -j \frac{1}{k} d_{ik}^{-4} - d_{ik}^{-3} \right) \quad (3.11)$$

La partie réelle de l'équation précédente donne bien l'intensité d'une source calculée à partir de sa puissance dans l'équation 3.1 :

$$\frac{1}{2} \text{Re} [\tilde{I}_{yik}] = -\frac{W_k}{4\pi} (y_k - y_i) d_{ik}^{-3} \quad (3.12)$$

Et l'interférence entre deux sources est :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{yikl} &= \frac{1}{4\pi} \gamma_{kl} \sqrt{W_k W_l} \\ &\left( \begin{aligned} &(y_l - y_i) d_{ik}^{-1} \left( -j \frac{1}{k} d_{il}^{-3} - d_{il}^{-2} \right) e^{j(\varphi_k - \varphi_l)} e^{-jk(d_{ik} - d_{il})} \\ &+ (y_k - y_i) d_{il}^{-1} \left( -j \frac{1}{k} d_{ik}^{-3} - d_{ik}^{-2} \right) e^{-j(\varphi_k - \varphi_l)} e^{jk(d_{ik} - d_{il})} \end{aligned} \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

### 3.1.3 Modélisation des réflexions sur le sol

Dans le cadre de cette thèse, les essais de validation ont été réalisés en chambre semi-anéchoïque. Les ondes réfléchies sur le sol peuvent avoir une contribution non négligeable aux points de mesure. La réflexion sur le sol a donc été modélisée. Pour cela, les sources images  $W'_k$  des sources réelles  $W_k$  sont ajoutées avec les hypothèses suivantes :

- Le référentiel est choisi de manière à ce que le sol soit en  $z = 0$ . On a donc  $x'_k = x_k$ ,  $y'_k = y_k$  et  $z'_k = -z_k$ .
- La phase des sources images et réelles sont identiques, c'est-à-dire  $\varphi'_k = \varphi_k$ .
- La fréquence des sources images est la même que celle des sources réelles. De plus, la phase entre les sources images et réelles ne varie pas. On a donc une cohérence parfaite entre les sources images et réelles :  $\gamma_{kk'} = 1$ .
- La cohérence est la même pour les sources images ou réelles, c'est-à-dire  $\gamma_{kl} = \gamma_{k'l'} = \gamma_{kl'} = \gamma_{k'l}$ .
- La réflexion sur le sol est la même pour toutes les sources. La puissance des sources images peut donc être calculée en fonction de la puissance des sources réelles grâce à un coefficient  $r$  qui ne dépend que de la fréquence.  $W'_k = rW_k$  avec  $0 \leq r \leq 1$ .

Avec les hypothèses précédentes, l'équation finale du modèle de rayonnement des sources est la suivante :

$$\tilde{I}_{yi} = \sum_{k=1}^K [\tilde{I}_{yik} + \tilde{I}_{yik'}] + \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{l=k+1}^K [\gamma_{kl} (\tilde{C}_{yikl} + \tilde{C}_{yik'l'} + \tilde{C}_{yik'l} + \tilde{C}_{yikl'})] \quad (3.14)$$

## 3.2 Problème inverse

### 3.2.1 Fonction coût

L'équation 3.14 permet de calculer l'intensité 3-D à la position  $i$  en fonction des paramètres du modèle. Pour résoudre le problème inverse, il faut calculer les paramètres qui permettent de reproduire les intensités mesurées aux  $n$  points  $i$ . Ce système d'équations est non linéaire et surdéterminé ; il ne peut pas être résolu par une méthode directe. Une solution est alors obtenue par le biais d'une méthode d'optimisation. C'est une méthode itérative. À la première itération, des paramètres sont choisis pour le modèle ; c'est la solution initiale. L'intensité  $I$  est calculée aux points de mesure et est comparée à l'intensité mesurée  $Y$ . Ensuite, chaque itération consiste à améliorer les paramètres du modèle pour que  $I$  se rapproche de  $Y$ . Cela revient à minimiser la fonction d'erreur quadratique ou la fonction coût suivante :

$$F = \sum_{i=1}^n [(Y_{ix} - I_{ix})^2 + (Y_{iy} - I_{iy})^2 + (Y_{iz} - I_{iz})^2] \quad (3.15)$$

L'inconvénient de ce genre de méthode est que rien ne peut garantir que le minimum trouvé est le vrai minimum de la fonction. Par exemple, pour une méthode locale comme proposée ici, le principe est de partir d'une solution initiale et de suivre une direction qui diminue la fonction. Quand il n'y a plus de direction qui diminuent la fonction, cela signifie que la fonction se trouve dans un minimum local. Mais il peut y avoir d'autres minima ailleurs qui auraient été trouvés si la solution initiale avait été différente. On ne peut donc pas savoir si un minimum local est aussi global. Afin d'améliorer les chances de trouver le minimum global, il est très important que la solution initiale soit le plus près possible de celui-ci. Cela peut être fait grâce à la connaissance du problème. Les méthodes globales sont des techniques permettant d'explorer l'espace des solutions. Mais celui-ci devient très grand quand le nombre de variables augmente ce qui rend difficile l'utilisation de ces méthodes. Une méthode sera proposée plus loin afin de reconnaître le minimum global de la fonction.

Le système d'entraînement produit un bruit à la fréquence de passage des crampons. Mais pour différentes vitesses d'avancement, l'intensité rayonnée n'est pas la même, et pourtant, les sources ne se déplacent pas sur la motoneige. Il peut donc s'avérer intéressant de mesurer l'intensité à plusieurs vitesses, ce qui se traduira par plusieurs fréquences  $\omega$  dans le cas de la suspension. La fonction coût sera ainsi :

$$F = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n [(Y_{ixj} - I_{ixj})^2 + (Y_{iyj} - I_{iyj})^2 + (Y_{izj} - I_{izj})^2] = \sum_{j=1}^m F_j \quad (3.16)$$

Dans l'équation précédente, la puissance, la phase, la cohérence des sources et le coefficient de réflexion sur le sol dépendent de la fréquence. Mais la position des sources ne dépend pas de la fréquence. Pour  $K$  sources et  $m$  fréquences, il y a  $3K$  positions,  $mK$  puissances et phases,  $m \frac{K(K-1)}{2}$  cohérences et  $m$  coefficients de réflexion. Le nombre total de variables du modèle devient :

$$N_{var} = 3K + m \frac{K(K+3) + 2}{2} \quad (3.17)$$

Et pour  $n$  points de mesure, le nombre total de variables est :

$$N_{mes} = 3nm \quad (3.18)$$



Le rapport de 3.17 et 3.18 donne :

$$\frac{N_{var}}{N_{mes}} = \frac{K}{nm} + \frac{K(K+3)+2}{6n} \quad (3.19)$$

L'équation précédente montre qu'augmenter le nombre de fréquences  $m$ , diminue le nombre de variables par rapport au nombre de mesures. Le problème d'optimisation sera alors résolu plus facilement et le minimum trouvé aura plus de chances d'être global. En revanche, le rapport tend vers une valeur non nulle :

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} \frac{N_{var}}{N_{mes}} = \frac{K(K+3)+2}{6n} \quad (3.20)$$

Il y a donc une limite à partir de laquelle augmenter  $m$  n'améliore plus l'optimisation.

Dans l'exemple donné ici, plusieurs cartographies sont obtenues, car un véhicule possède plusieurs régimes de fonctionnement. À chaque régime, les sources sont au même endroit, mais produisent une cartographie différente à une fréquence particulière. Un autre cas peut également être imaginé pour un objet qui a un seul régime de fonctionnement, mais qui produit du bruit à plusieurs fréquences différentes.

### 3.2.2 Méthode d'optimisation

Afin de minimiser  $F$ , les méthodes de Newton et du gradient sont couramment utilisées [22]. Elles consistent à calculer une valeur des paramètres en fonction des valeurs à l'itération précédente. La méthode de Newton consiste à résoudre le système d'équations linéaires suivant :

$$\mathbf{H}_u (\mathbf{X}_{u+1} - \mathbf{X}_u) = -\mathbf{G}_u \quad (3.21)$$

Alors que la méthode du gradient est :

$$\mathbf{X}_{u+1} = \mathbf{X}_u - h\mathbf{G}_u \quad (3.22)$$


---

où l'indice  $u$  indique le numéro d'itération.  $\mathbf{X}$  est le vecteur colonne des  $N_{var}$  variables,  $\mathbf{G}$  est le vecteur gradient,  $h$  est un pas de calcul et  $\mathbf{H}$  la matrice hessienne :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_{N_{var}} \end{pmatrix}, \mathbf{G} = \begin{pmatrix} F_{,X_1} \\ \vdots \\ F_{,X_{N_{var}}} \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{H} = \begin{pmatrix} F_{,X_1 X_1} & \dots & F_{,X_1 X_{N_{var}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{,X_{N_{var}} X_1} & \dots & F_{,X_{N_{var}} X_{N_{var}}} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

où  $F_{,X_1}$  est la dérivée partielle de  $F$  par rapport à la variable  $X_1$ . Le vecteur à calculer dans l'équation 3.21 est  $X_{u+1}$ , mais résoudre l'équation telle qu'elle est posée est plus rapide que d'inverser  $\mathbf{H}$ . La méthode de Newton demande plus de calculs de dérivées, mais possède deux avantages :

- Le pas de calcul idéal est directement déterminé
- La direction de descente est meilleure, car la corrélation entre les paramètres est prise en compte dans les termes croisés de  $\mathbf{H}$

L'équation 3.21 peut donner des  $\gamma_{klj}$  et des  $r_j$  qui ne sont pas entre 0 et 1, ce qui n'a pas de sens physiquement. Il est alors possible d'imposer des contraintes sur les variables, mais cela demande des méthodes d'optimisation bien plus sophistiquées. Pour éviter cette complexité, les variables  $\gamma$  et  $r$  sont calculées avec des variables intermédiaires :

$$\gamma = \frac{1}{1 + \Gamma^2} \text{ et } r = \frac{1}{1 + R^2} \quad (3.24)$$

Ce qui limite les valeurs possibles de  $\gamma$  et  $r$  :

$$\begin{aligned} -\infty < \Gamma < +\infty &\longrightarrow 0 < \gamma < 1 \\ -\infty < R < +\infty &\longrightarrow 0 < r < 1 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Les variables  $\gamma_{klj}$  et  $r_j$  sont remplacées par  $\Gamma_{klj}$  et  $R_j$  dans  $\mathbf{X}$ . Par conséquent,  $F$  est maintenant dérivé par ces dernières dans  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{H}$ . Ainsi, les variables sont limitées à un intervalle correct sans utiliser de contrainte.

Pour que la méthode de Newton fonctionne bien, la matrice  $\mathbf{H}$  doit être définie positive. Pour ce problème, il a été observé que la matrice  $\mathbf{H}$  n'était pas définie positive, à moins que  $F$  ne soit très proche d'un minimum local. Cela est causé par la formulation de  $\gamma$  et  $r$ . En effet, pour  $\Gamma \gg 1$ ,  $\gamma$  est très proche de 0. De ce fait, une grande variation de

$\Gamma$  cause une petite variation de  $F$ . Cela se traduit par une dérivée petite ou négative dans la diagonale de  $\mathbf{H}$  et donc  $\mathbf{H}$  définie négative. Des méthodes existent pour corriger une telle matrice et se diriger malgré tout vers un minimum, mais ce sont également des méthodes plus sophistiquées. Pour faire face à ce problème, il a été décidé que seules les variables de position seront calculées grâce à la méthode de Newton. Lorsque l'erreur de position d'une source grandit, la fonction  $F$  grandit également jusqu'à ce que cette source soit trop éloignée pour avoir une contribution sur le plan de mesure. La matrice  $\mathbf{H}$  sera alors définie positive pour des sources proches du plan de mesure. Finalement, la méthode d'optimisation choisie est schématisée dans les figures 3.1, 3.2 et 3.3.

Pour le choix de la solution initiale, un domaine limite à l'intérieur duquel les sources peuvent se trouver est créé grâce à la connaissance du problème. Les  $K$  sources sont placées au hasard dans le domaine. Leur phase et leur cohérence sont également choisies au hasard tout comme les coefficients de réflexion sur le sol. Dans cette thèse, la puissance initiale des sources est toujours 90 dB. Cette valeur a été choisie arbitrairement et peut être différente selon l'utilisateur.

Le calcul est répété jusqu'à ce que la différence entre  $F_{u+1}$  et  $F_u$  soit inférieure à un critère d'arrêt  $c_F$ . Le critère d'arrêt est choisi par l'utilisateur. Plus  $c_F$  est petit, plus la localisation sera précise, mais le calcul sera également plus long.

Les variables de puissance, de phase, de cohérence et de réflexion sont optimisées paramètre par paramètre. La méthode de Newton à un paramètre est décrite dans l'équation suivante :

$$g_{u+1} = g_u - \frac{F_{,g_u}}{F_{,g_u g_u}} \quad (3.26)$$

où  $g$  peut être  $W_{kj}$ ,  $\varphi_{kj}$ ,  $\gamma_{klj}$  ou  $r_j$ . Si  $F$  augmente ou si  $g_{u+1}$  n'est pas dans un intervalle acceptable, la méthode du gradient à un paramètre décrite dans l'équation 3.27 est utilisée. Pour chaque variable, l'intervalle acceptable est décrit dans le tableau 3.1.

$$g_{u+1} = g_u - h F_{,g_u} \quad (3.27)$$

Tableau 3.1 Intervalle acceptable pour chaque variable

Variable	Intervalle
$W_{kj}$	$[0; +\infty[$
$\gamma_{klj}$ et $r_j$	$[0; 1]$
$\varphi_{kj}$ , $x_k$ , $y_k$ et $z_k$	$] - \infty; +\infty[$

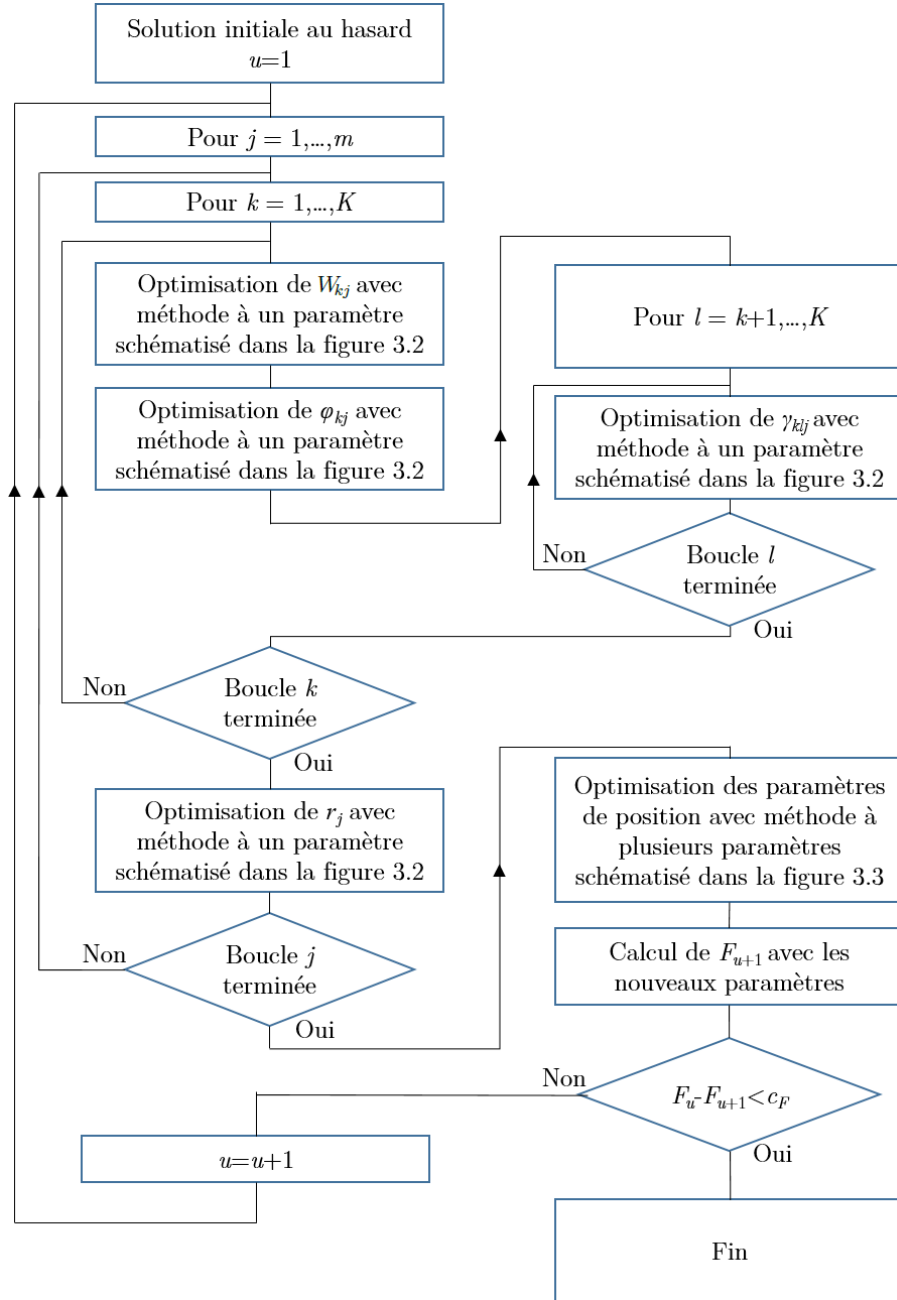


Figure 3.1 Schéma global de la méthode d'optimisation

Lorsque la méthode du gradient à un paramètre est utilisée, un pas de calcul  $h$  doit être choisi. Le pas initial est choisi pour que  $g_{u+1}$  soit éloigné de  $g_u$ , mais toujours dans un intervalle acceptable. Ensuite, le pas  $h$  est divisé par deux jusqu'à ce que  $F$  diminue, ce qui arrive nécessairement si la dérivée première n'est pas nulle. Le pas initial est décrit pour chaque variable dans le tableau 3.2.

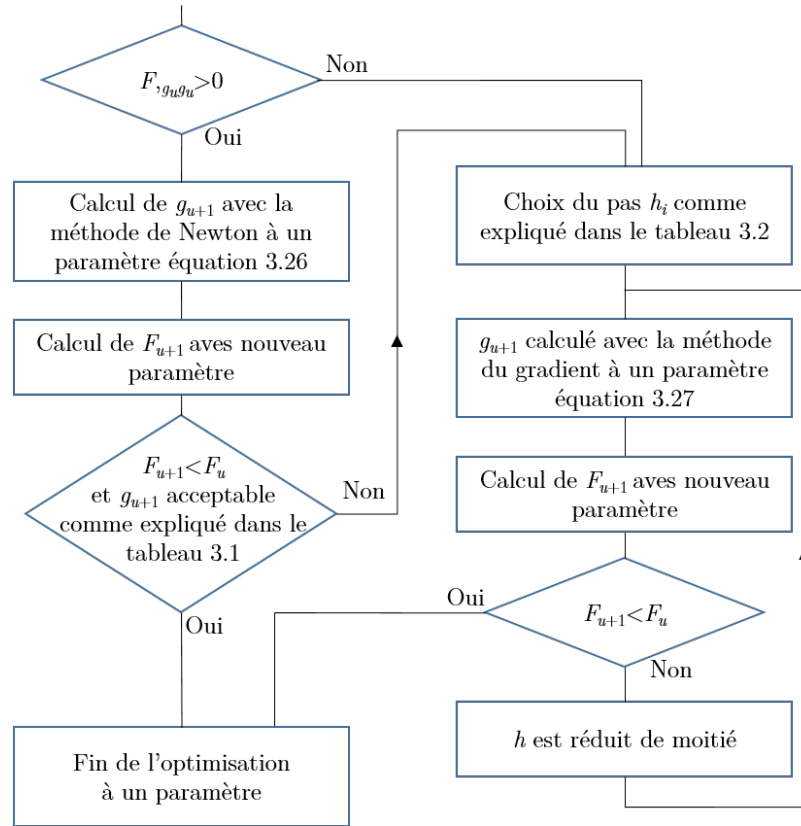


Figure 3.2 Schéma de la méthode d'optimisation pour un paramètre

Tableau 3.2 Pas de calcul  $h$  initial dans la méthode du gradient à un paramètre

Variable	$F, g_u > 0$	$F, g_u < 0$
$W_{kj}$	$h_i F, g_u = \frac{g_u}{2}$	$h_i F, g_u = -\frac{g_u}{2}$
$\varphi_{kj}$	$h_i F, g_u = \frac{\pi}{2}$	$h_i F, g_u = -\frac{\pi}{2}$
$\gamma_{klj}$ et $r_j$	$h_i F, g_u = \frac{g_u}{2}$	$h_i F, g_u = -\frac{1 - g_u}{2}$

Les variables de position sont toutes calculées en même temps. La méthode de Newton est utilisée avec l'équation 3.21 où :

$$\mathbf{X} = \left( x_1 \ y_1 \ z_1 \ \dots \ x_K \ y_K \ z_K \right)^T \quad (3.28)$$

Si  $F$  augmente, la méthode du gradient est utilisée avec l'équation 3.22. Un pas initial est calculé pour que le plus grand déplacement suivant la méthode du gradient soit de 10 cm.

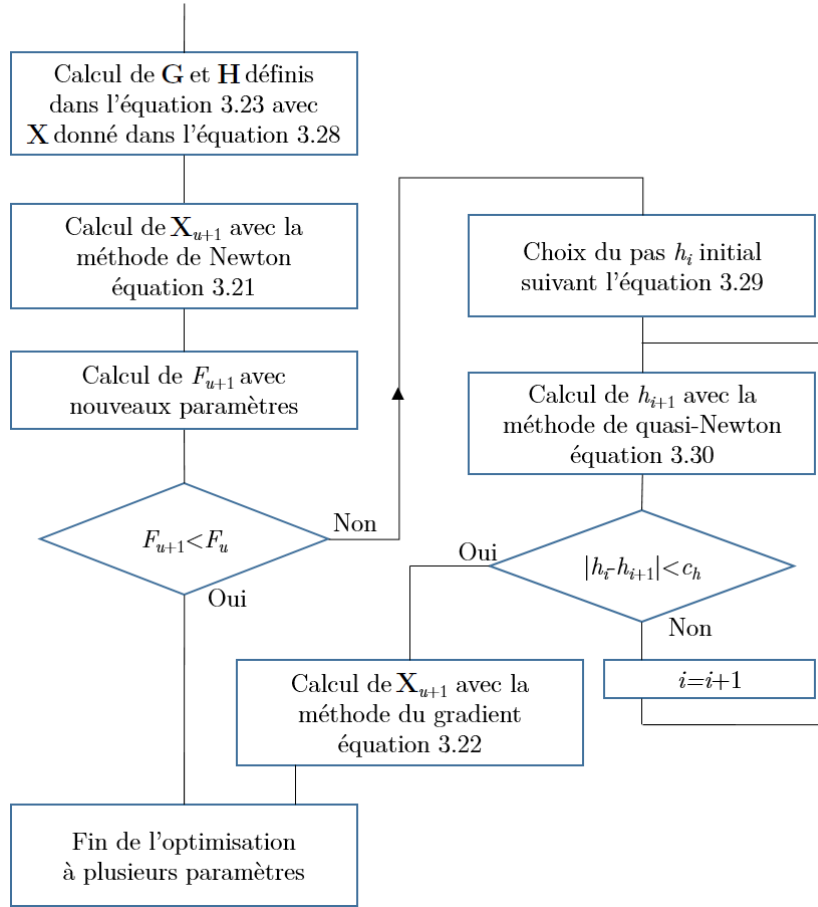


Figure 3.3 Schéma de la méthode d'optimisation pour les paramètres de position

Le pas initial est donné par l'équation suivante :

$$h_i = \min_{k=1,\dots,K} \left[ \frac{0.01}{\sqrt{F_{,x_k}^2 + F_{,y_k}^2 + F_{,z_k}^2}} \right] \quad (3.29)$$

Le pas optimal est ensuite calculé avec la méthode de quasi-Newton à une variable :

$$h_{u+1} = h_u - \frac{F(\mathbf{W}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{r}, \mathbf{X} - h_u \mathbf{G})_{,h}}{F(\mathbf{W}, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{r}, \mathbf{X} - h_u \mathbf{G})_{,hh}} \quad (3.30)$$

Dans la suite, on omettra volontairement toutes les variables exceptées  $h$ . La dérivée première et seconde de  $F$  par rapport à  $h$  sont calculées numériquement de la manière suivante :

$$F(h_u)_{,h} = \frac{F(h_u + \Delta h) - F(h_u - \Delta h)}{2\Delta h} \quad (3.31)$$

$$F(h_u)_{,hh} = \frac{F(h_u + \Delta h) + F(h_u - \Delta h) - 2F(h_u)}{\Delta h^2}$$

L'opération est répétée jusqu'à ce que  $h_{u+1}$  et  $h_u$  soient proches ce qui prend en général moins de cinq itérations.

Dans la méthode d'optimisation, les dérivées de  $F$  sont calculées analytiquement pour deux raisons :

- Le calcul analytique est plus rapide, car il demande une seule évaluation de  $F$ .
- Un pas trop grand ou trop petit pour le calcul numérique de la dérivée peut engendrer des erreurs ou des imprécisions sur la dérivée. Faire varier le pas est une bonne solution pour évaluer sa justesse. Mais cela demande beaucoup d'évaluations de  $F$ .

Les dérivées de  $F$  par rapport aux variables  $g$  et  $h$  utilisées dans les matrices  $G$ ,  $H$  et dans les méthodes du gradient et de Newton à une variable s'expriment de la manière suivante :

$$\begin{aligned} F_{,g} &= -2 \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n [(Y_{ixj} - I_{ixj}) I_{ixj,g} + (Y_{iyj} - I_{iyj}) I_{iyj,g} + (Y_{izj} - I_{izj}) I_{izj,g}] \\ F_{,gg} &= -2 \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left[ (Y_{ixj} - I_{ixj}) I_{ixj,gg} + (Y_{iyj} - I_{iyj}) I_{iyj,gg} + (Y_{izj} - I_{izj}) I_{izj,gg} \right. \\ &\quad \left. - I_{ixj,g}^2 - I_{iyj,g}^2 - I_{izj,g}^2 \right] \\ F_{,gh} &= -2 \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left[ (Y_{ixj} - I_{ixj}) I_{ixj,gh} + (Y_{iyj} - I_{iyj}) I_{iyj,gh} + (Y_{izj} - I_{izj}) I_{izj,gh} \right. \\ &\quad \left. - I_{ixj,g} I_{ixj,h} - I_{iyj,g} I_{iyj,h} - I_{izj,g} I_{izj,h} \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

### Procédure pour reconnaître le minimum global

La méthode d'optimisation proposée permet toujours de trouver un minimum local de la fonction  $F$ . Mais pour que le problème inverse soit bien résolu, il faut trouver le minimum global. Pour s'en assurer, la procédure suivante est proposée :

- Plusieurs solutions initiales différentes sont optimisées.
- Pour pouvoir reconnaître un minimum global, il faut que plusieurs solutions arrivent approximativement à la même valeur minimale de  $F$ . Si une des solutions finales est bien meilleure que toutes les autres, il faut continuer le calcul avec de nouvelles solutions initiales.
- Si toutes les solutions finales qui donnent approximativement la même valeur de  $F$  sont semblables, c'est que cette solution est le minimum global de la fonction. Dans le cas contraire, le minimum global n'a pas été trouvé ou bien il existe plusieurs solutions au problème.

La procédure ci-dessus est illustrée au travers d'un exemple simplifié. L'intensité de deux sources est simulée. La cohérence des deux sources est nulle et la dimension en  $z$  est supprimée. La puissance des sources et leur position sont décrites dans le tableau 3.3.

Tableau 3.3 Caractéristique des sources simulées

nombre sources	position $x$ (m)	position $y$ (m)	puissance (dB)
2	0.30 - 0.70	0.40 - 0.40	93.0 - 93.0

Dans la suite de la thèse, les sources qui servent à produire une intensité pour un exemple ou une validation numérique sont appelées sources simulées. Les sources qui servent à reconstruire l'intensité dans la méthode d'optimisation sont appelées sources virtuelles.

L'intensité est observée sur une ligne de 11 points de mesure en  $y = 0$  et espacés de 10 cm. Deux sources virtuelles sont choisies pour reconstruire l'intensité simulée. La position de départ des sources virtuelles est prise au hasard entre 0 et 1 m pour  $x$  et entre 0.2 et 0.6 m pour  $y$ . Les puissances de départ sont de 90 dB. Le critère d'arrêt  $c_F$  est de 0.01 %. L'erreur en pourcentage est calculée de la manière suivante :

$$Err_{\%} = 100 \sqrt{\frac{F}{\sum_{i=1}^n [Y_{ix}^2 + Y_{iy}^2]}} \quad (3.33)$$

où  $F$  est la fonction d'erreur quadratique ou la fonction coût décrite dans l'équation 3.16 avec  $m=1$ ,  $Y_{iz}=0$  et  $I_{iz}=0$ .

Le calcul est réalisé avec 15 solutions initiales différentes. Les erreurs de reconstruction entre l'intensité simulée et l'intensité virtuelle sont exposées dans la figure 3.4. L'erreur des 5 meilleures solutions est semblable.



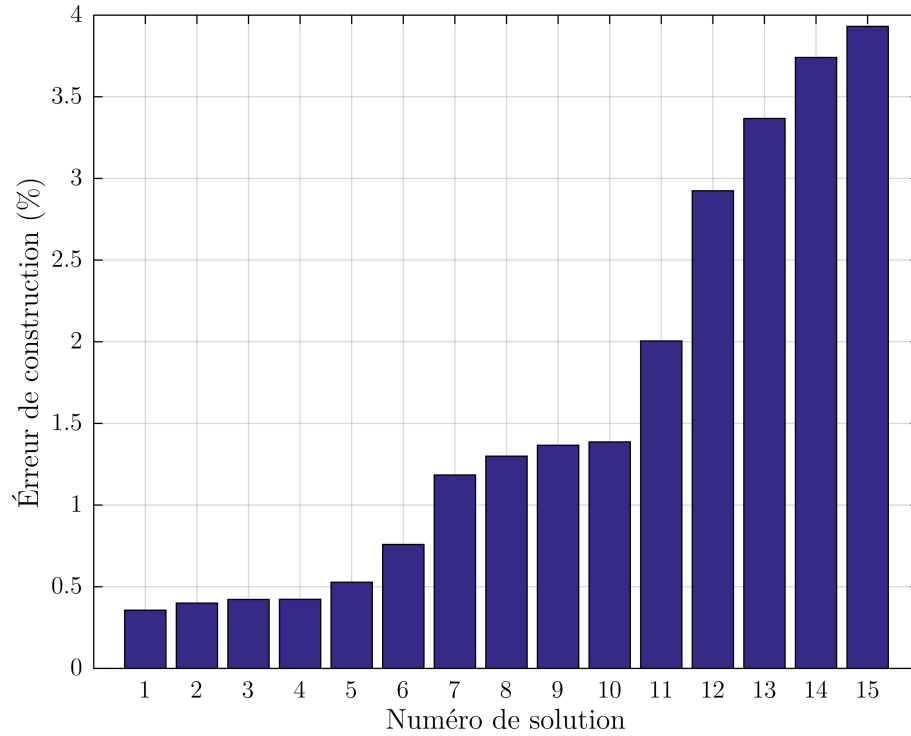


Figure 3.4 Erreurs de reconstruction entre l'intensité simulée et l'intensité virtuelle pour 15 solutions différentes

La localisation des sources virtuelles est représentée pour les 5 meilleures solutions finales dans la figure 3.5. Dans cette figure, les sphères blanches en  $y = 0$  sont les points de mesure. Les autres sphères blanches sont la position des sources virtuelles. Il y a 2 sources virtuelles par solution et 5 solutions représentées sur la figure 3.5. Il doit donc y avoir 10 sources virtuelles représentées sur cette figure. Ce qui montre que les 5 solutions sont semblables est le fait qu'il y ait 2 « paquets » de sources. Il doit y avoir 5 sources par paquet, ce qui correspond au nombre de solutions représentées. C'est bien le cas dans la figure 3.5, l'auteur a effectué un zoom pour le vérifier. Les solutions ne sont pas semblables s'il n'est pas possible de distinguer des paquets de sources. Le nombre de paquets de sources doit être inférieur ou égal au nombre de sources virtuelles utilisé dans les solutions.

Même si les 5 solutions sont toutes semblables, il faut en choisir une pour représenter les résultats. La solution ayant la meilleure erreur de reconstruction est toujours choisie. L'erreur de localisation des sources est inférieure à 1 cm pour la meilleure solution. La puissance des sources est également bien calculée puisque l'erreur sur la puissance est d'environ 0.1 dB.

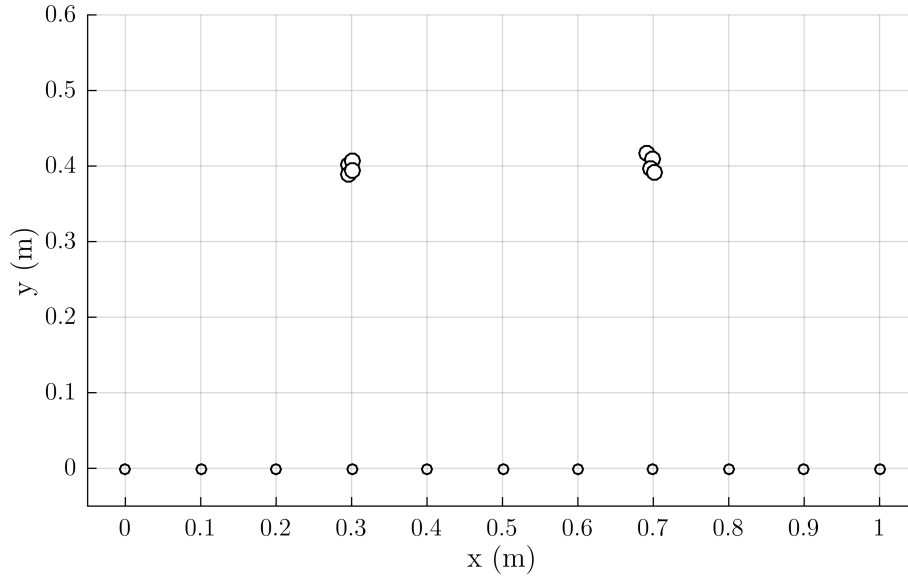


Figure 3.5 Localisation des 2 sources virtuelles pour les 5 meilleures solutions

### Procédure pour choisir le nombre de sources virtuelles

Le comportement que peut avoir la méthode avec différents nombres de sources virtuelles est illustré au travers de deux nouveaux exemples. L'intensité simulée est toujours la même. Mais cette fois-ci, la méthode d'optimisation utilise une, puis trois sources.

Dans le cas où la méthode n'utilise qu'une seule source virtuelle, 13 des 15 solutions arrivent à une erreur de reconstruction de 5.7 %. Elles sont toutes en 0.50 m pour  $x$  et entre 0.62 et 0.64 m pour  $y$ . Les solutions sont semblables, c'est donc la solution globale. Pourtant, la position de la source virtuelle ne correspond pas à la position d'une des deux sources simulées. La figure 3.6 permet de comprendre que la source virtuelle se place entre les deux sources simulées, car c'est la position qui permet le mieux de reproduire l'intensité simulée.

Dans le cas où la méthode utilise trois sources virtuelles, 30 solutions initiales différentes ont été optimisées. Les erreurs de reconstruction sont exposées dans la figure 3.7.

Les 6 meilleures solutions finales ont une erreur de reconstruction semblable. La localisation des sources virtuelles pour ces solutions est représentée dans la figure 3.8. Deux paquets peuvent être distingués, mais des sources sont dispersées. Les solutions ne sont donc pas similaires. Le minimum global de  $F$  a bien été trouvé, car l'erreur de reconstruction est très faible. Cela signifie que pour ce cas où le nombre de sources virtuelles est supérieur au nombre de sources simulées, il n'y a pas de solution unique.

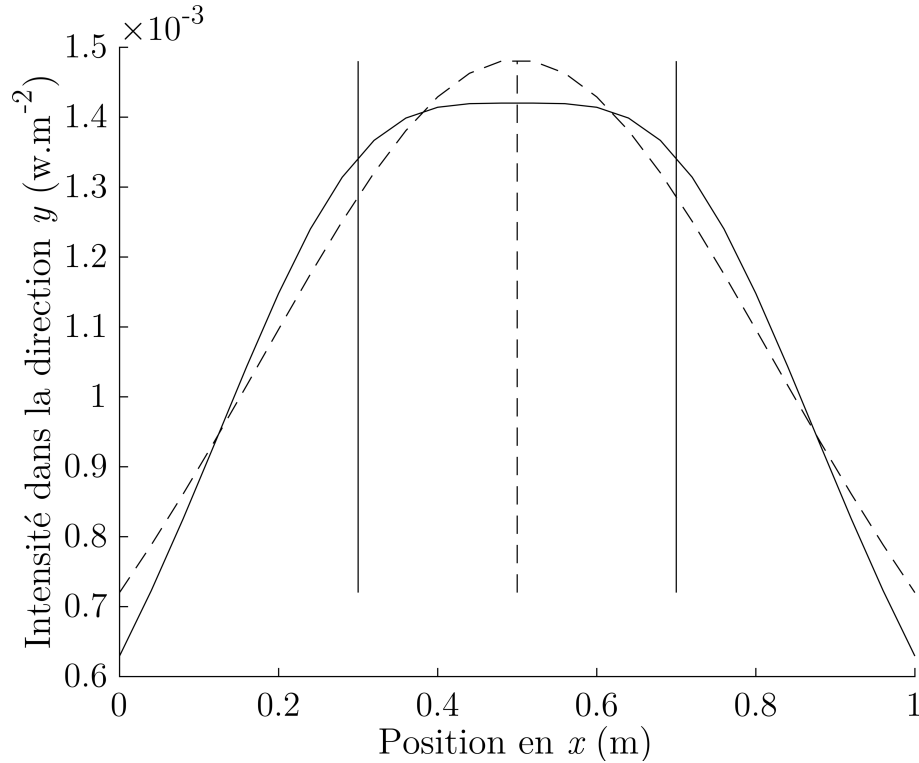


Figure 3.6 Intensité de sources acoustique avec leur position en  $x$  représentée par une ligne verticale

Il est possible que la méthode permette de retrouver la position des sources simulées même si le nombre de sources virtuelles est trop grand. Pour cela, il faut qu'une des trois sources s'éloigne des points de mesure ou que sa puissance diminue jusqu'à ce que sa contribution soit négligeable à côté de celle des deux autres. L'erreur de reconstruction sera la même que celle des autres solutions où les trois sources virtuelles contribuent à l'intensité mesurée. Mais dans un cas réel, il existe du bruit de mesure. De ce fait, l'intensité ne peut pas être aussi bien reconstruite que dans le cas simplifié précédent. Quand le nombre de sources virtuelles augmente, l'intensité est toujours mieux reconstruite. Les trois sources ont une contribution ce qui donne une localisation des sources dégradée. La figure 3.9 montre la localisation des sources virtuelles de la quatrième meilleure solution. Sur cette figure, la position des sources simulées est ajoutée par des sphères grises. L'erreur de reconstruction est équivalente au cas avec 2 sources, mais la localisation des sources est moins bonne.

Il est donc très important de bien choisir le nombre de sources. Pour cela la procédure suivante est proposée :

- Des solutions avec différents nombres de sources virtuelles sont essayées. Pour chaque nombre de sources virtuelles, plusieurs solutions initiales différentes sont optimisées.

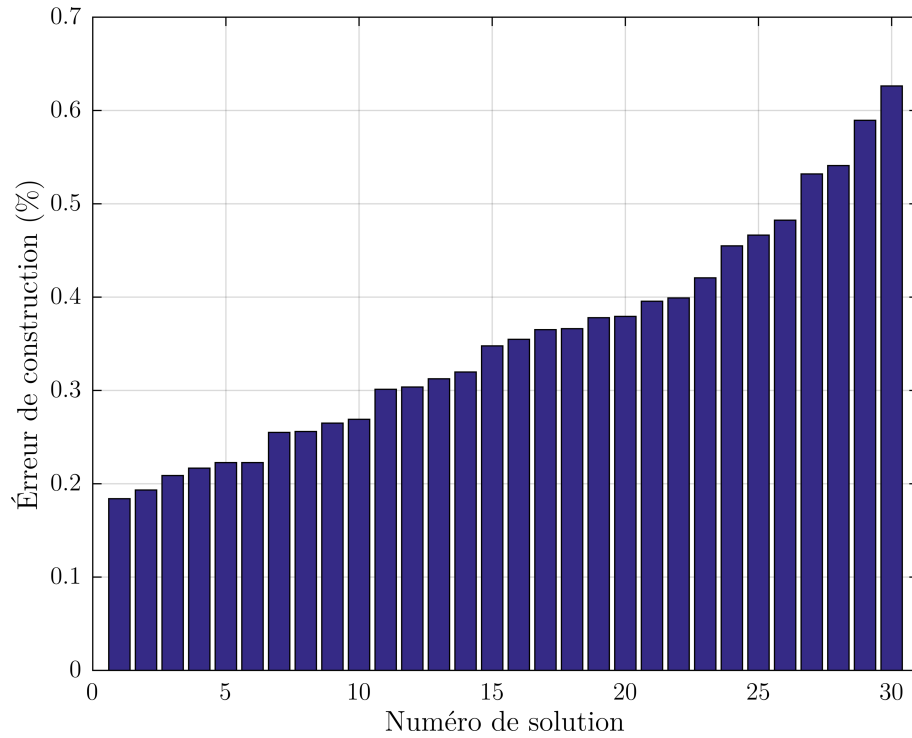


Figure 3.7 Erreurs de reconstruction entre l'intensité simulée et l'intensité virtuelle pour 30 solutions différentes avec 3 sources virtuelles

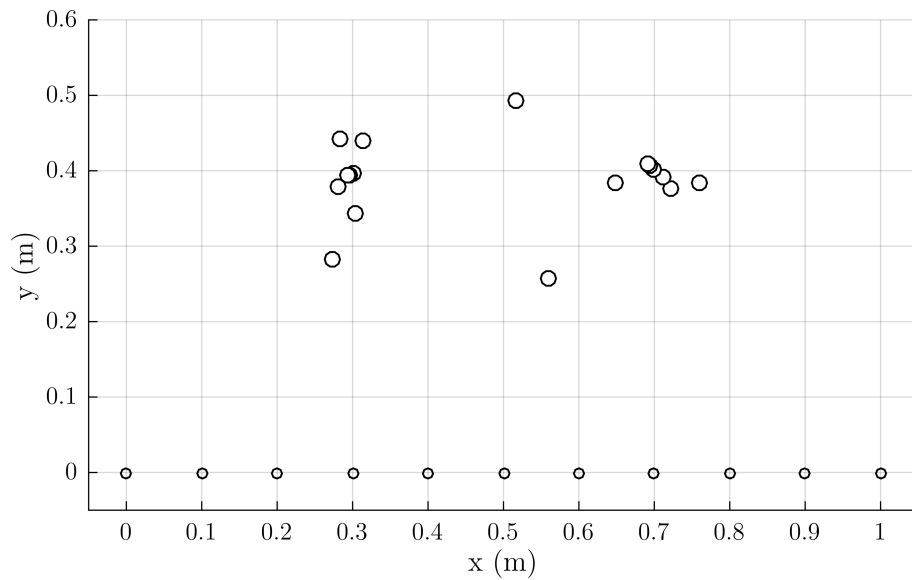


Figure 3.8 Localisation des 3 sources virtuelles pour les 6 meilleurs solutions

- L'erreur de reconstruction diminue toujours quand le nombre de sources virtuelles est augmenté. Mais il y a une solution unique seulement si le nombre de sources virtuelles est inférieur ou égale au nombre de sources responsables de l'intensité

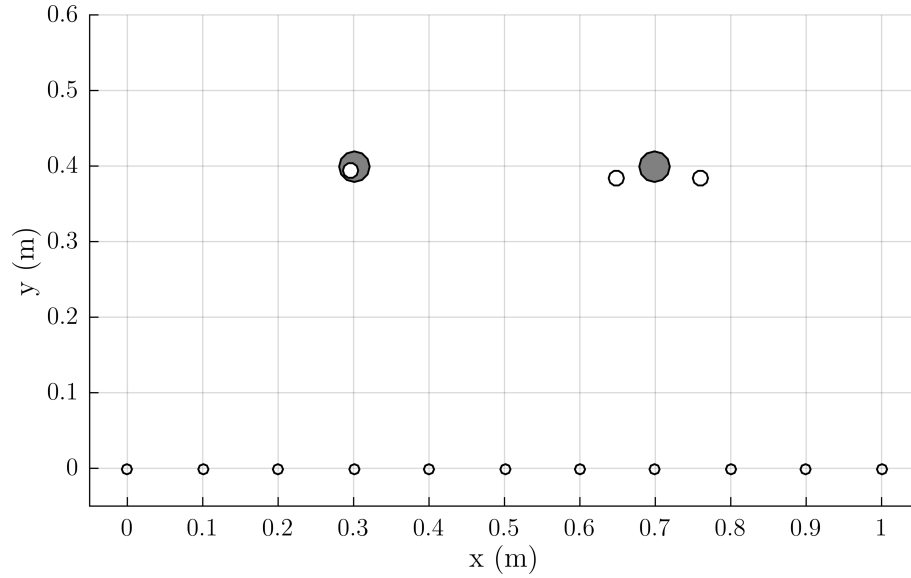


Figure 3.9 Localisation des 3 sources virtuelles pour la 4<sup>ème</sup> meilleurs solutions

mesurée. Il faut donc augmenter le nombre de sources virtuelles jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de solution unique au problème inverse.

- Le nombre de sources à choisir est le plus grand pour lequel des solutions initiales différentes donnent la même solution finale.

### 3.3 Conclusion

La méthodologie expliquée dans ce chapitre s'appuie principalement sur le travail de Sidki [32]. La méthodologie est améliorée dans certains points et adaptée grâce aux connaissances d'un cas réel. La conclusion de ce chapitre souligne les différences avec le travail de Sidki.

Comme pour Sidki, une méthode permettant de localiser des sources est proposée. Les sources sont ponctuelles et non directives et leur cohérence est quelconque. Les sources réelles sont localisées en déterminant la position des sources virtuelles qui permet de reconstruire l'intensité mesurée. Ce problème est résolu grâce à une méthode d'optimisation.

Le modèle de rayonnement des sources qui suit les mêmes hypothèses est simplifié dans cette thèse. Ainsi les dérivées sont calculées plus facilement ce qui permet le calcul analytique de la matrice Hessienne nécessaire à la méthode d'optimisation de Newton.

La modélisation des réflexions sur le sol est faite par l'ajout de sources virtuelles qui sont cohérentes avec les sources réelles et dont l'amplitude est inférieure ou égale aux sources réelles. Une variable  $r$  est ajoutée pour calculer l'amplitude des sources virtuelles.

La méthode est adaptée pour localiser des sources dans un cas où elles ne se déplacent pas, mais dont les autres paramètres varient. Cette spécificité est exploitée afin d'utiliser plus d'information ce qui permet de mieux localiser les sources.

Alors que Sidki utilise la méthode du gradient pour trouver un minimum local, la méthode de Newton est utilisée dans ce document en plus du gradient quand Newton n'est pas assez stable. Les variables autres que les variables de position sont améliorées successivement, mais comme pour Sidki, il n'y a pas d'hypothèse sur le découplage entre les variables. En effet lors d'une itération présentée dans la figure 3.1, chaque variable est améliorée une fois. Lors de l'itération suivante, le calcul est recommencé pour chaque variable jusqu'à ce que le critère d'arrêt soit atteint.

Enfin, une méthode est développée afin de déterminer le bon nombre de sources virtuelles à utiliser. D'après l'auteur, le meilleur nombre de sources à utiliser est le plus grand pour lequel la solution est stable. Une solution est dite stable lorsque la position finale des sources (après optimisation) ne dépend pas de la position initiale des sources. Si le nombre de sources virtuelles bas, la solution peut être stable et l'erreur de reconstruction peut être acceptable. Lorsqu'une source est ajoutée, l'erreur de reconstruction diminue forcément au moins faiblement, mais à partir d'un certain nombre de sources, la stabilité de la solution sera aussi forcément perdue. La solution choisie est alors la dernière stable.

# CHAPITRE 4

## VALIDATION

Ce chapitre vise à vérifier les points suivants :

- La méthode d’optimisation choisie permet de localiser les sources dans le cas parfait correspondant aux hypothèses décrites dans le chapitre 2.
- Le modèle de rayonnement des sources permet de décrire l’intensité émise par des sources réelles.
- La méthode de localisation des sources est robuste.
- L’utilisation de plusieurs cartographies d’intensité des sources améliore la localisation des sources.
- La prise en compte de la réflexion sur le sol améliore la localisation des sources.
- La prise en compte de la cohérence entre les sources améliore la localisation des sources.
- La procédure permettant de déterminer le nombre de sources virtuelles à utiliser fonctionne.

### 4.1 Description

Pour cette validation, quatre sources sont localisées en utilisant la méthode développée dans la thèse. Dans certains cas, les cartographies d’intensité des sources sont simulées numériquement comme dans la section 3.2.2, mais cette fois-ci, aucune simplification n’est faite. Dans les autres cas, des cartographies de sources réelles sont mesurées dans une salle semi-anéchoïque.

#### 4.1.1 Cas numériques

Dans le cas numérique, l’intensité de quatre sources est simulée. Les paramètres des sources ainsi que la position des points de mesure sont choisis pour être du même ordre de grandeur que ceux d’un système d’entraînement de motoneige. Pour simplifier la présentation des résultats, la phase et la cohérence des sources simulées seront choisies constantes. Cela ne simplifie pas la localisation des sources, car pour les sources virtuelles ces paramètres dépendent toujours de la fréquence. La position et la phase des sources simulées sont

décrites dans le tableau 4.1. La puissance des sources simulées est décrite dans la figure 4.1. Le coefficient de réflexion et les cohérences simulées sont les suivants :

$$\begin{aligned}
 r &= 1 && \text{pour} && \text{fréquence} \leq 300 \text{ Hz} \\
 r &= 0.8 && \text{pour} && \text{fréquence} > 300 \text{ Hz} \\
 \gamma_{12} &= 1 && \gamma_{13} &= 1 && \gamma_{14} = 0.8 \\
 \gamma_{23} &= 0.5 && \gamma_{24} &= 0.8 && \gamma_{34} = 0.1
 \end{aligned}$$

Tableau 4.1 Position et phase des sources simulées

source	$x$ (m)	$y$ (m)	$z$ (m)	$\varphi$ (rad)
1	0.28	0.53	0.80	0
2	1.08	0.65	0.84	$-0.74\pi$
3	0.77	0.88	1.05	$0.41\pi$
4	1.43	0.93	1.14	$-0.16\pi$

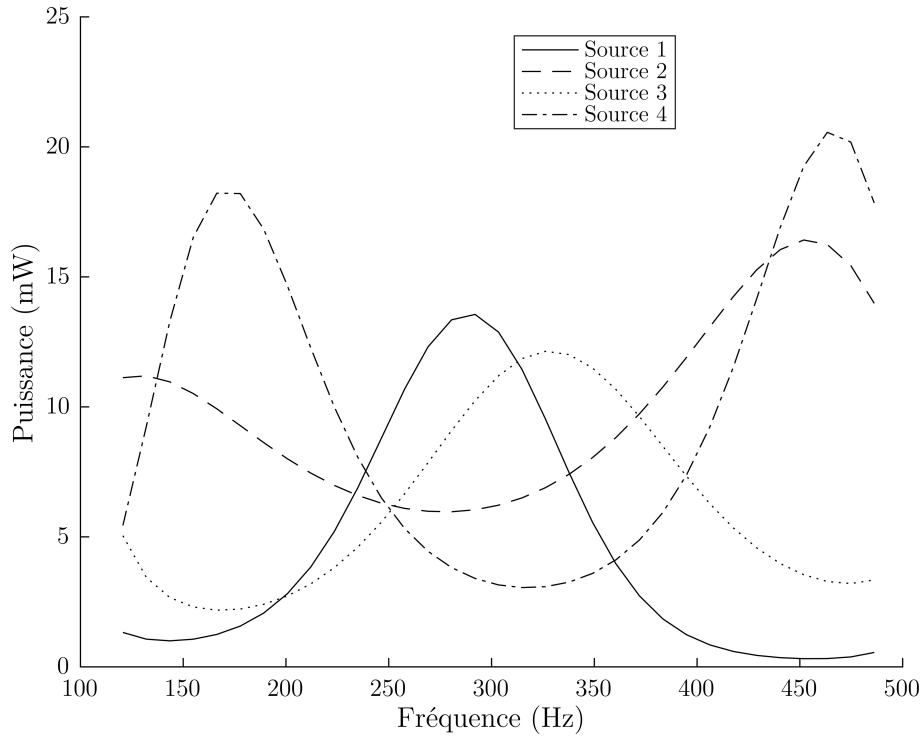


Figure 4.1 Puissance des sources simulées

L'intensité 3-D est simulée à 126 points sur le plan  $y = 2.5$  cm.  $x$  varie de 2.5 cm à 172.5 cm par pas de 10 cm et  $y$  varie de 80 cm à 140 cm par pas de 10 cm. La figure 4.2 montre l'exemple de deux cartographies des sources simulées utilisées par la méthode d'optimisation. Ces cartographies représentent l'intensité simulée dans la direction  $y$  sur tous les points de mesure à 2 fréquences données. Seule la composante en  $y$  est représentée car c'est la composante la plus importante et cela simplifie les graphiques. Les points représentent la position des sources simulées qui ont causé cette intensité. Des maximums



apparaissent sur la figure 4.2, mais ils ne correspondent pas à la localisation de sources. Ces deux fréquences ont été choisies, car elles montrent bien qu'il est impossible de localiser correctement les sources en observant la cartographie acoustique.

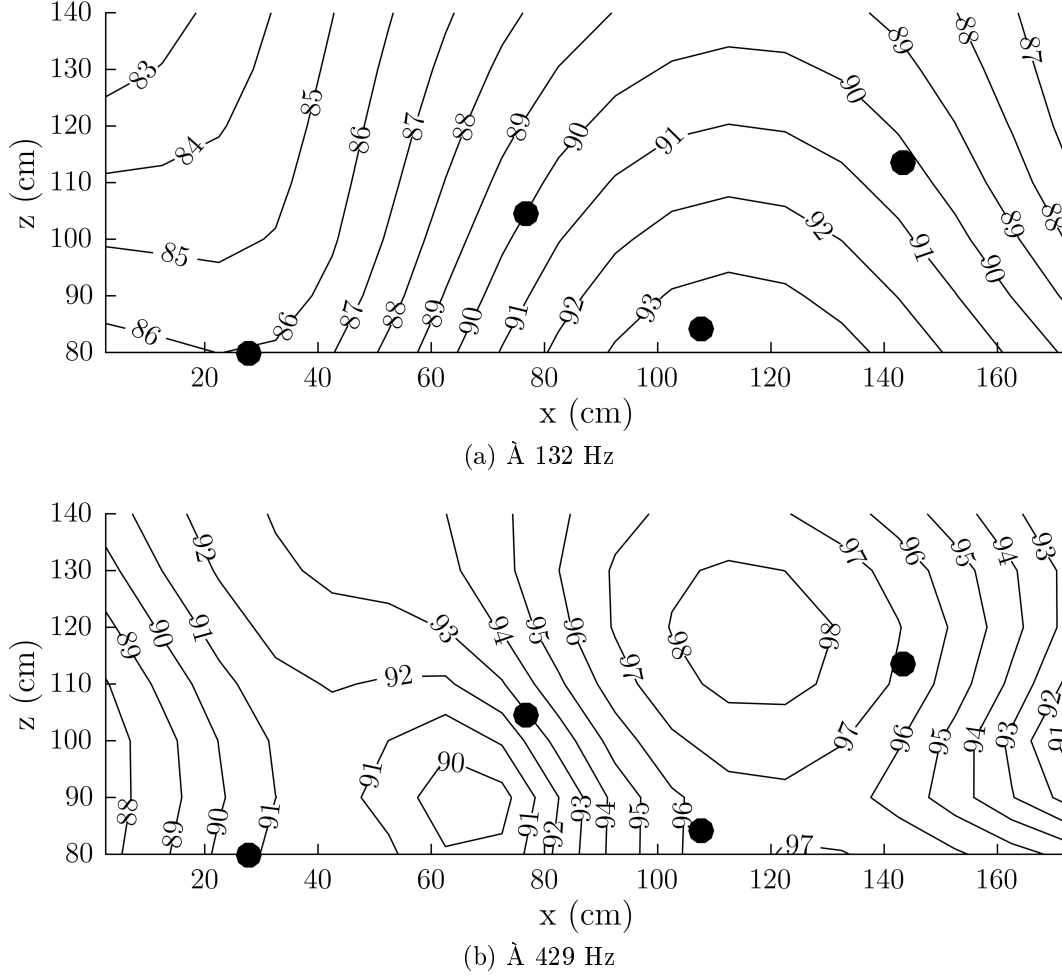


Figure 4.2 Intensité en dB ref  $1 \text{ pW.m}^{-2}$  des sources simulées sur le plan de mesure dans la direction  $y$ . Les points représentent la position des sources

### 4.1.2 Cas expérimental

Les mesures ont lieu dans une salle semi-anéchoïque. Le sol est réfléchissant et toutes les autres surfaces absorbent les ondes de manière à ce qu'il n'y ait pas de réflexion. Les sources utilisées sont des haut-parleurs choisis pour avoir une directivité faible et une bonne puissance entre 100 et 500 Hz. Les sources sont positionnées de la même manière que dans le cas numérique, tableau 4.1. Les points de mesure sont également les mêmes que dans le cas numérique. La sonde est placée avec précision aux différents points de mesure grâce au robot visible à droite de la photo du montage sur la figure 4.3.



Figure 4.3 Montage de la validation expérimentale

L'intensité 3-D est mesurée grâce à une sonde à 8 microphones visible sur la figure 4.4 et réalisée dans le cadre de la thèse. Les microphones ont un écart de 50 mm dans les directions principales. La phase entre les microphones est très importante pour les mesures d'intensité. La phase entre les différents microphones et un microphone de référence  $\theta_i$  est mesurée. La phase des microphones est ensuite corrigée. La procédure pour obtenir les intensités à partir des pressions acoustiques mesurées sur par 8 microphones est la suivante :

- Une transformée de Fourier est réalisée sur un segment temporel  $T$  multiplié par la fenêtre de Hanning pour diminuer la fuite spectrale :

$$p(\omega) = \text{TF} \left[ p(t) \frac{1 - \cos \left( 2\pi \frac{t}{T} \right)}{2} \right] \sqrt{\frac{8}{3}} \quad (4.1)$$

- L'erreur de phase est corrigée sur chaque microphone grâce à la phase mesurée précédemment :

$$p_i(\omega) \leftarrow p_i(\omega) e^{-j\theta_i(\omega)} \quad (4.2)$$

- L'intensité est calculée entre chaque paire de microphones dans les directions principales. Il y a 4 paires de microphones par direction, donc 12 intensités sont calculées :

$$\begin{aligned}
p_{kl}(\omega) &= \frac{p_k(\omega) + p_l(\omega)}{2} \\
v_{kl}(\omega) &= \frac{p_l(\omega) - p_k(\omega)}{jd_{kl}\rho\omega} \\
I_{kl}(\omega) &= \frac{1}{2} \text{Re} [p_{kl}(\omega)v_{kl}^*(\omega)]
\end{aligned} \tag{4.3}$$

- L'intensité dans une direction est calculée grâce à la moyenne des 4 intensités dans la même direction.

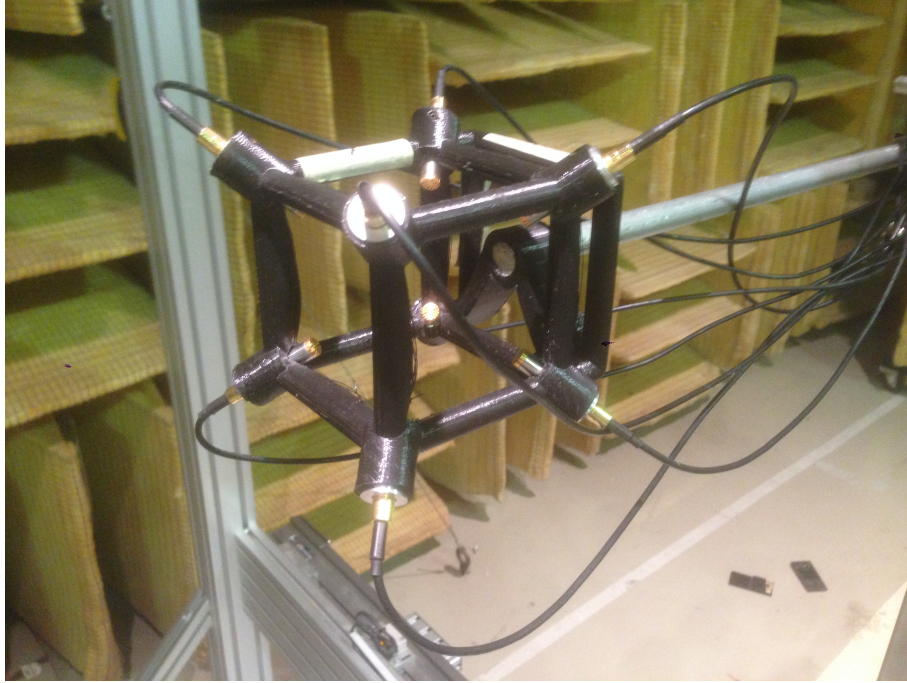


Figure 4.4 Sonde de mesure d'intensité 3-D à 8 microphones

Pour l'alimentation des sources, un fichier .wav a été créé. Chaque piste du fichier contient le signal de tension à appliquer au haut-parleur. Le signal est normalisé de manière à ce que la valeur la plus importante soit 1. Les signaux sont des sinus glissant de 100 à 500 Hz en 30 s, respectant les amplitudes de la figure 4.1 et les phases du tableau 4.1. Les signaux sont complètement cohérents, contrairement aux sources simulées dans la validation numérique. Ce choix a été fait, car il est difficile de contrôler la cohérence finale des sources. Le fichier .wav est lu grâce au logiciel LabView et le signal de chaque piste est envoyé aux haut-parleurs grâce à une carte National Instrument. Des exponentielles croissantes et décroissantes ont été ajoutées préalablement au début et à la fin du signal pour ne pas causer de discontinuités sur le signal. Pendant un essai, les haut-parleurs jouent le signal en boucle.

Un essai consiste à enregistrer la pression acoustique pendant 100 secondes de manière à ce que la même fréquence soit jouée au moins trois fois. La fréquence d'échantillonnage et la résolution fréquentielle étaient de 8192 Hz et 3 Hz respectivement. Cette résolution fréquentielle donne un segment temporel de 0.33 seconde ce qui est assez petit pour considérer le signal stationnaire. L'intensité à une fréquence est la moyenne des 3 intensités mesurées à cette fréquence.

L'essai est répété pour chaque point de mesure. Cela permet d'obtenir les intensités dans les 3 directions, à toutes les fréquences des sources et à tous les points de mesure. Une cartographie est l'intensité dans les 3 directions, à tous les points de mesure et à une fréquence donnée. Pour plus de lisibilité, les cartographies ne montrent les intensités que dans la direction  $y$  dans la suite du document.

Les cartographies mesurées à 132 et 429 Hz sont représentées dans la figure 4.5. La forme des cartographies est proche de celles de la validation théorique, mais le niveau est différent. Les différences entre les cartographies simulées et mesurées peuvent s'expliquer par les raisons suivantes :

- La valeur absolue de la puissance n'est pas reproduite ; seules les puissances relatives entre les sources et leur évolution dans le temps le sont. Cela explique la différence de niveau observée.
- La puissance relative des sources peut également être différente, car chaque source a son propre amplificateur dont le réglage n'est pas très précis.
- Le coefficient de réflexion du sol n'a pas été mesuré dans le cadre de cette thèse, mais doit être proche de 1.
- La cohérence réelle entre les sources n'est pas contrôlée.

Il existe aussi des erreurs de mesure ainsi que des différences entre les hypothèses et la réalité. Ce sont ces points qui permettent de valider la robustesse de la méthode.

- Les sources ne sont pas ponctuelles.
  - Les sources possèdent une légère directivité.
  - Il existe une faible dissipation des ondes.
  - Il y a une erreur sur l'angle et la position de la sonde.
  - Il reste une erreur sur la phase des microphones.
-

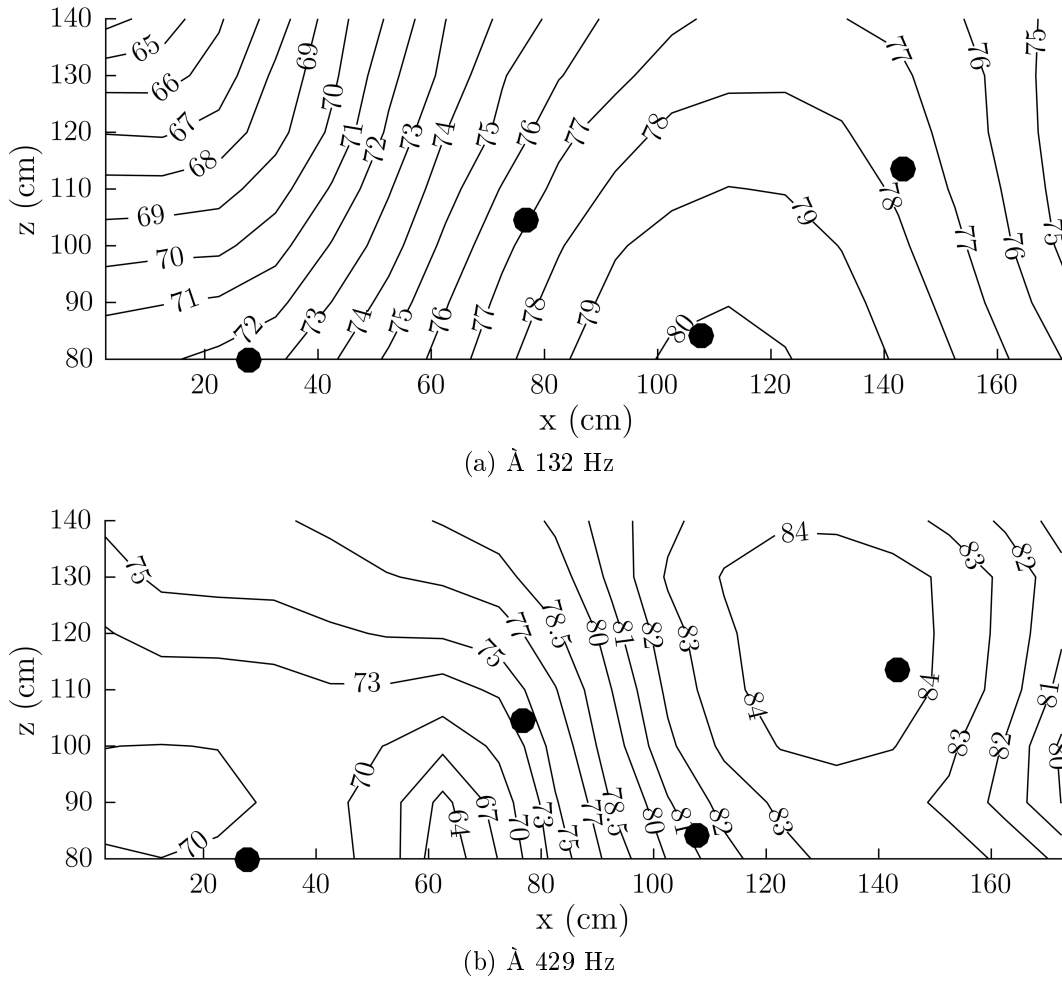


Figure 4.5 Intensité en dB ref  $1 \text{ pW.m}^{-2}$  des sources simulées sur le plan de mesure dans la direction  $y$ . Les points représentent la position des sources

## 4.2 Localisation des sources dans le cas théorique

Cette section vise à vérifier que la méthode d'optimisation permet de résoudre le problème inverse et qu'il n'y a qu'une seule solution pour reconstruire les cartographies. Pour cela, la méthode est appliquée aux données numériques.

### Cas 1 : 33 cartographies, 10 essais, données simulées

Dans tout le chapitre, les positions initiales des sources virtuelles sont prises au hasard entre 0 et 1.6 m pour  $x$ , entre 0.4 et 1 m pour  $y$  et entre 0.7 et 1.3 m pour  $z$ . Les puissances initiales sont de 90 dB. Les phases, cohérences et coefficients de réflexion sur le sol sont choisis au hasard. Sauf indication contraire, 4 sources virtuelles sont utilisées. Pour ce cas, le critère d'arrêt est de 0.001 %. « 33 cartographies » signifie que 33 fréquences réparties entre 100 et 500 Hz sont utilisées dans la fonction coût.  $m$  est égal à 33 dans

l'équation 3.16. «10 essais » signifie que le calcul est répété 10 fois avec des solutions initiales différentes. Les erreurs de reconstruction entre l'intensité mesurée et l'intensité reconstruite sont représentées dans la figure 4.6

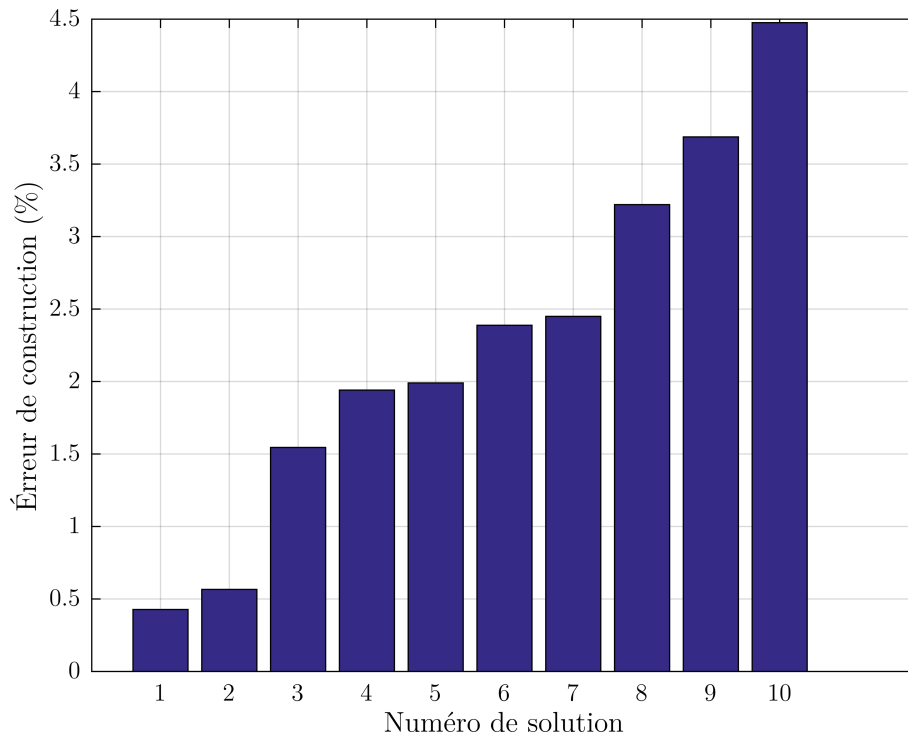


Figure 4.6 Erreurs de reconstruction entre l'intensité simulée et l'intensité virtuelle pour 10 solutions différentes pour le cas 1

La position des sources est représentée sur la figure 4.7 pour les 5 meilleures solutions. Sur ces figures, la position des points de mesure sont les sphères blanches en  $y = 0$ . Les autres sphères blanches sont la position des sources virtuelles. Les sphères grises sont la position des sources simulées. Chaque sphère est projetée sur un plan  $y$  pour en améliorer la représentation en 3 dimensions. Les 5 meilleures solutions finales sont identiques en matière de position des sources virtuelles. En effet, il est possible de distinguer 4 paquets de sources virtuelles avec 9 sources par paquet alors que toutes les solutions initiales étaient différentes. Cette solution est donc le minimum global. De plus, la figure montre que les sources sont bien localisées. Cependant, il existe une certaine dispersion dans la position des sources d'un des paquets. L'écart-type des positions des sources de chaque paquet est exposé dans le tableau 4.2. Les paquets de sources sont numérotés selon la source réelle ou simulée la plus près. L'écart-type du paquet numéro 3 est plus important que les autres. Cela pourrait être causé par une contribution de la source 3 plus faible que les autres.

La solution ayant l'erreur de reconstruction la plus basse est choisie comme résultat du calcul. Les erreurs de localisation sur les sources sont décrites dans le tableau 4.3. Les ré-

Tableau 4.2 Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 1

Paquet de sources	Écart-type (cm)
1	1.1
2	1.3
3	5.4
4	2.0
moyenne	2.4

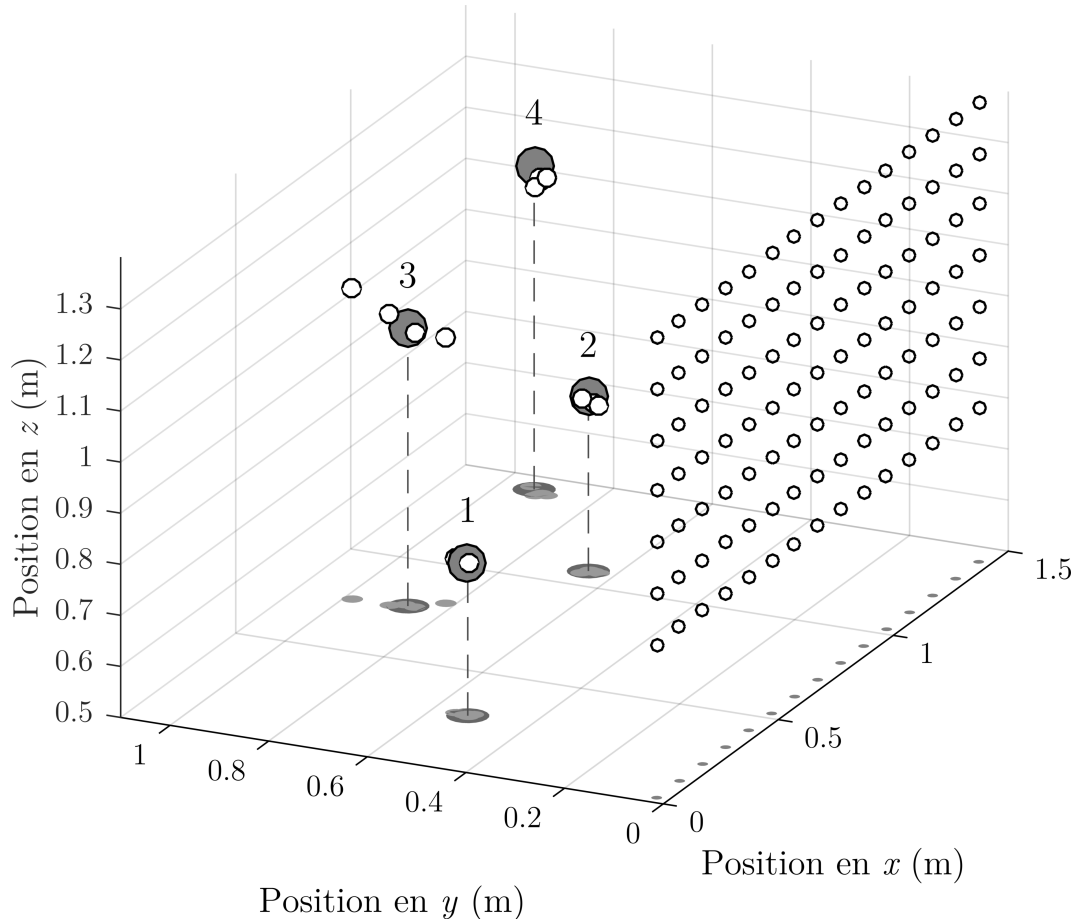


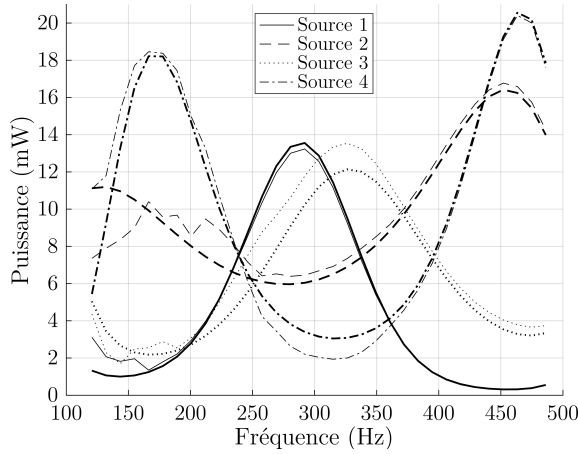
Figure 4.7 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 1

sultats sur les puissances, les phases, les cohérences et le coefficient de réflexion se trouvent dans la figure 4.8. La localisation des sources est excellente, ce qui valide le principe de la méthode. La puissance des sources est également bien calculée. Une erreur est toutefois observée pour les sources 2 et 4 à très basse fréquence. En plus de localiser les sources, la méthode peut être utilisée pour obtenir leur puissance. Les phases et coefficients de réflexion sont très bien calculés, excepté pour les premières fréquences. Les écarts sur les coefficients de réflexion sont très bas après 350 Hz. Seule l'erreur sur  $\gamma_{13}$  monte jusqu'à

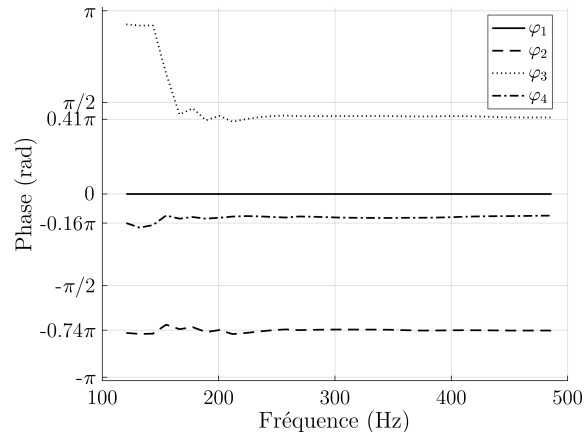
0.12. Il y a une erreur plus importante entre 160 et 350 Hz, mais l'écart moyen reste d'environ 0.1. En dessous de 160 Hz, le coefficient de cohérence est faux ce qui peut expliquer les écarts sur les autres quantités.

Tableau 4.3 Erreur sur la localisation des sources pour le cas 1

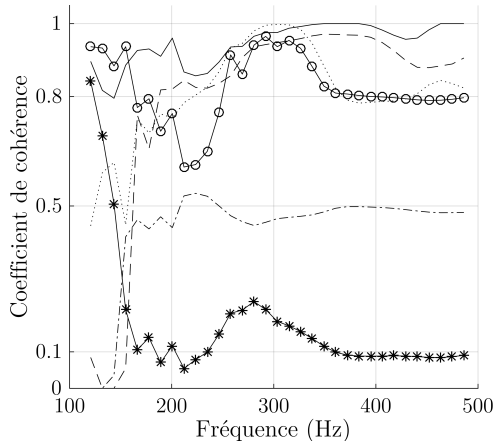
source	Erreur $x$ (cm)	Erreur $y$ (cm)	Erreur $z$ (cm)	distance (cm)
1	0.3	0.3	0.1	0.4
2	0.5	0.0	0.2	0.6
3	0.5	0.8	0.2	0.9
4	1.2	1.2	0.6	1.8
moyenne	0.6	0.6	0.3	0.9



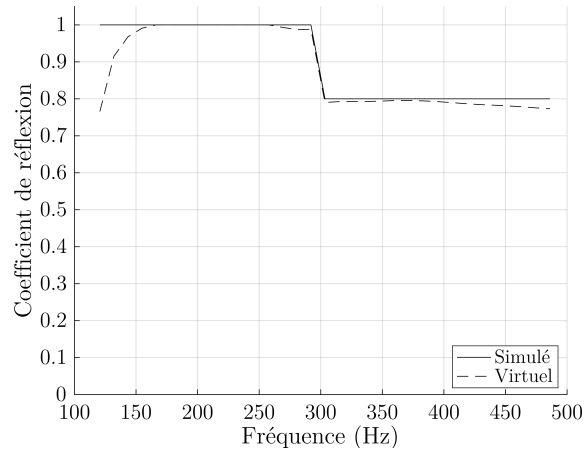
(a) Puissance des sources simulées (lignes épaisses) et virtuelles (lignes fines)



(b) Phase des sources virtuelles



(c) Cohérence des sources virtuelles



(d) Coefficient de réflexion

Figure 4.8 Resultats du calcul pour le cas 1



### 4.3 Modèle de rayonnement des sources et robustesse de la méthode

Dans la validation numérique, le modèle de rayonnement des sources est issu de l'équation 3.15. Le modèle de rayonnement n'a donc pas été validé, mais seulement la résolution du problème inverse. De plus, il n'y a pas eu de bruit ajouté au rayonnement des sources. Ce cas parfait de rayonnement n'a donc pas permis de tester la robustesse de la méthode. Afin de valider à la fois le modèle de rayonnement et la robustesse de la méthode, la validation numérique précédente est reproduite expérimentalement. Sagissant d'un cas expérimental, l'auteur a jugé pertinent d'utiliser plus de cartographies.

#### Cas 2 : 100 cartographies, 15 essais, données mesurées

Le critère d'arrêt est de 0.01 %. Le calcul est répété dix fois avec des solutions initiales différentes. Les neuf meilleures solutions donnent une erreur de reconstruction entre 7.5 et 8.2 %.

La position des sources est représentée sur la figure 4.9 pour les 9 meilleures solutions. Les 9 meilleures solutions finales sont équivalentes en matière de position des sources virtuelles. En effet, il est possible de distinguer 4 paquets de sources virtuelles avec 9 sources par paquet alors que toutes les solutions initiales étaient différentes. Cette solution est donc le minimum global. Cependant, il existe une certaine dispersion dans la position des sources de chaque paquet. L'écart-type des positions des sources de chaque paquet est exposé dans le tableau 4.4.

Tableau 4.4 Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 2

Paquet de sources	Écart-type (cm)
1	4.8
2	3.8
3	9.0
4	4.6
moyenne	5.6

La meilleure solution en matière de reconstruction de l'intensité est choisie comme résultat du calcul. Les erreurs de localisation sont exposées dans le tableau 4.5.

#### Cas 3 : Amélioration de la solution du cas 2

La dispersion des sources virtuelles pour les meilleures solutions du cas 2 pourrait être causée par un arrêt prématuré du calcul. Les 5 meilleures solutions du cas 2 ont donc

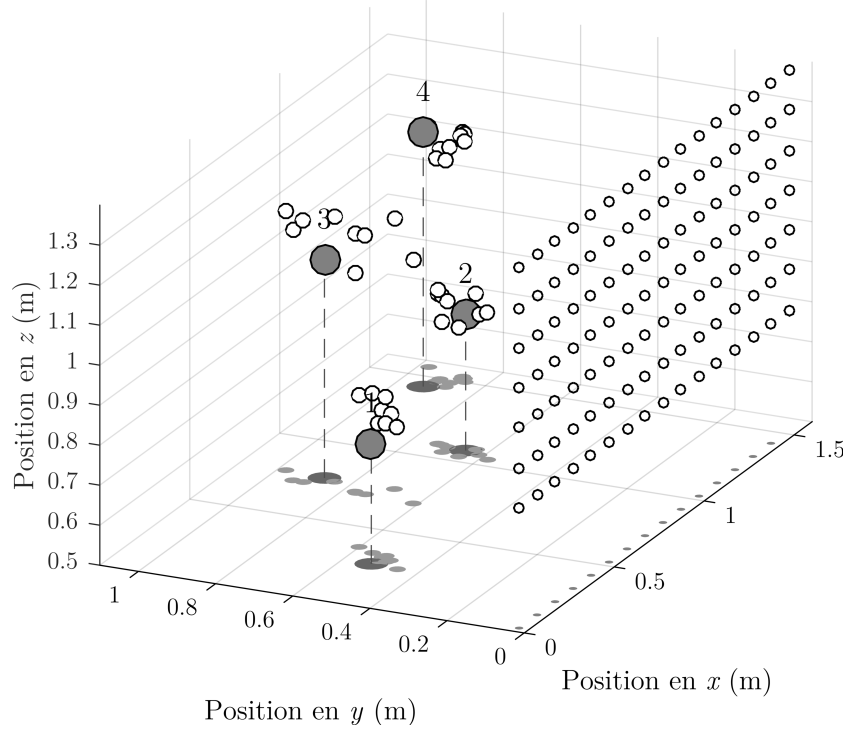


Figure 4.9 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 2

Tableau 4.5 Erreur sur la localisation des sources pour le cas 2

source	Erreur $x$ (cm)	Erreur $y$ (cm)	Erreur $z$ (cm)	distance (cm)
1	6.9	2.9	10.0	12.5
2	1.4	4.1	1.2	4.5
3	1.0	10.5	10.4	14.8
4	6.3	1.4	5.8	8.7
moyenne	3.9	4.7	6.9	10.1

été reprises, mais le critère d'arrêt est passé de 0.01 à 0.001 %. Les nouvelles erreurs de reconstruction sont entre 7.3 % et 7.4 %. Un sixième calcul avec de nouvelles solutions initiales est également ajouté. Les conditions initiales de ce calcul sont la moyenne des 5 meilleures solutions du cas 2. Cette dernière solution donne une erreur de 7.2 % ce qui est équivalent aux 5 autres solutions. Les erreurs de reconstruction du cas 3 sont également équivalentes à celles du cas 2. La position des sources est représentée sur la figure 4.10 pour ces 6 meilleures solutions. Les solutions finales ont maintenant une dispersion plus faible en matière de position des sources virtuelles. Ceci montre que le critère d'arrêt était bien la cause de la légère dispersion. L'écart-type des positions des sources de chaque paquet est exposé dans le tableau 4.6.

La meilleure solution est choisie comme résultat du calcul. Les erreurs de localisation sont regroupées dans le tableau 4.7.

Tableau 4.6 Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 3

Paquet de sources	Écart-type (cm)
1	2.2
2	1.4
3	6.1
4	1.9
moyenne	2.9

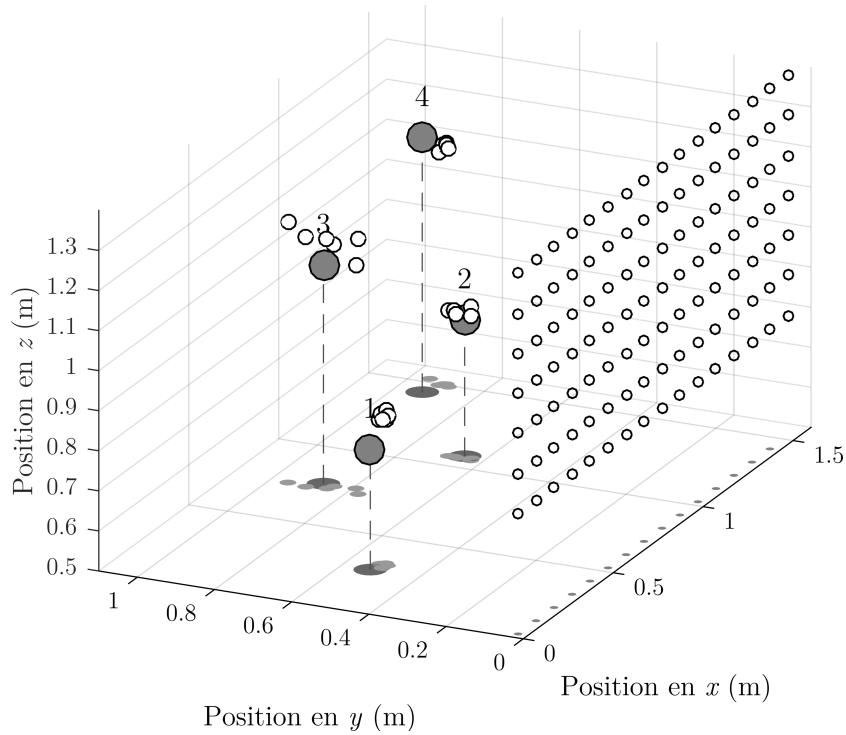


Figure 4.10 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 3

Tableau 4.7 Erreur sur la localisation des sources pour le cas 3

source	Erreur $x$ (cm)	Erreur $y$ (cm)	Erreur $z$ (cm)	distance (cm)
1	4.2	2.2	6.6	8.1
2	1.5	1.9	2.5	3.5
3	2.7	2.2	7.8	8.5
4	7.1	2.2	3.8	8.3
moyenne	3.8	2.1	5.2	7.1

L'erreur maximale sur la localisation des sources est de 8.5 cm. Cela est très bon étant donné le nombre de sources, la géométrie en 3 dimensions du problème, la distance de mesure et la cohérence partielle des sources. Les théories et la robustesse de la méthodologie sont donc validées pour la localisation des sources.

La puissance réelle émise par les haut-parleurs n'a pas été mesurée, il n'est donc pas possible de comparer directement les puissances calculées avec les puissances réelles. Mais la figure 4.11 montre que la forme des courbes de puissances virtuelle est proche de celle du signal des sources. Le signal des sources est proportionnel aux puissances de la figure 4.1. De même, les phases virtuelles visibles dans la figure 4.12 sont proches de celles du signal décrit dans le tableau 4.1. Cela confirme que la méthode est également valide pour déterminer la puissance ou la phase des sources.

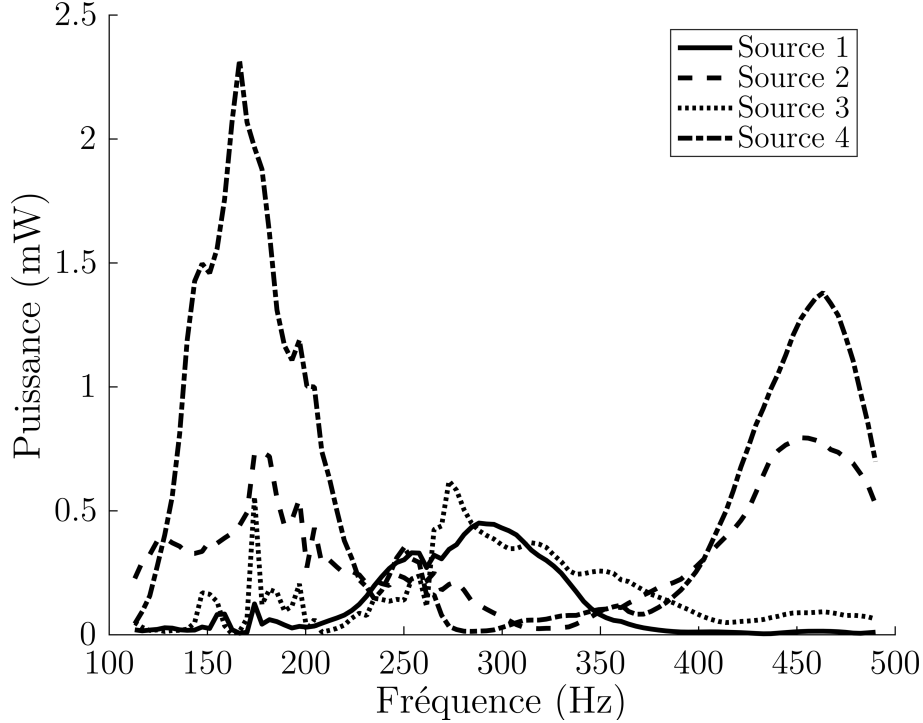


Figure 4.11 Puissance calculée des haut-parleurs

## 4.4 Effet du nombre de cartographies utilisées

Pour comprendre l'effet du nombre de cartographies utilisées, la localisation est effectuée avec les données simulées puis mesurées et avec différents nombres de cartographies.

### Cas 4 : Une cartographie, 10 essais, données simulées

Le calcul du cas 1 est répété. Cette fois, à la place d'utiliser 33 cartographies entre 120 et 486 Hz, seule celle à 429 Hz est utilisée. Cette fréquence est choisie, car elle avait servi d'exemple pour une cartographie en figure 4.2b. Les trois meilleurs erreurs de reconstruction entre l'intensité mesurée et l'intensité virtuelle sont entre 0.4 % et 0.5 %. L'écart-type des positions des sources exposé dans le tableau 4.8 montre que ces solutions sont identiques en matière de position.

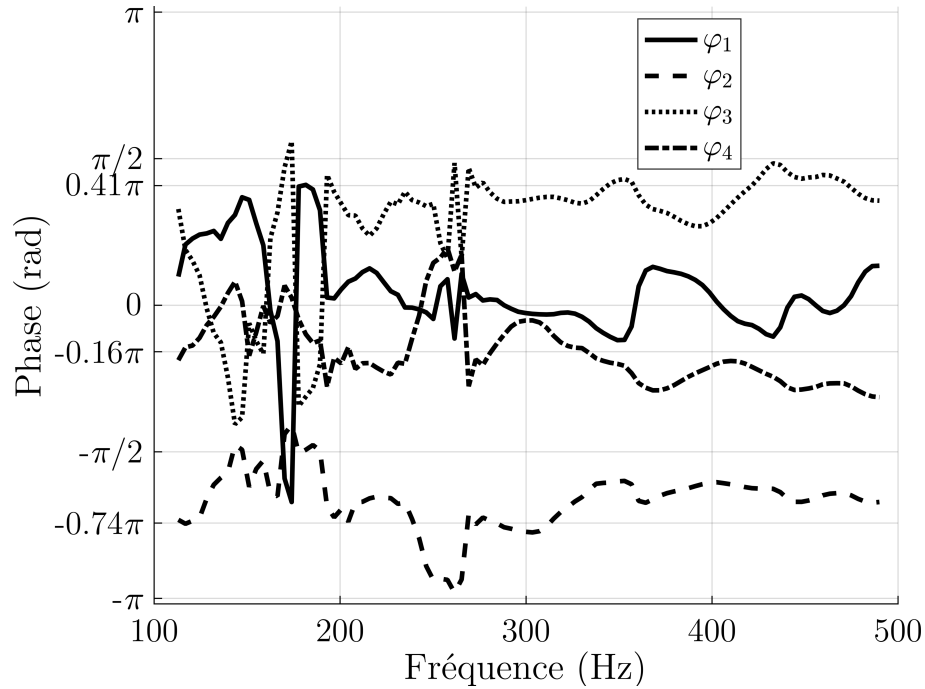


Figure 4.12 Phase calculée des haut-parleurs

Tableau 4.8 Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 4

Paquet de sources	Écart-type (cm)
1	0.9
2	1.2
3	3.2
4	1.1
moyenne	1.6

Comme le montre le tableau 4.9, la localisation des sources est équivalente à la solution avec 33 cartographies, mais le calcul est beaucoup plus rapide. Il peut être alors intéressant de réduire le nombre de cartographies utilisées et d'augmenter le nombre de solutions initiales différentes.

Tableau 4.9 Erreur sur la localisation des sources pour le cas 4

source	Erreur $x$ (cm)	Erreur $y$ (cm)	Erreur $z$ (cm)	distance (cm)
1	0.1	0.9	0.0	0.9
2	0.3	1.1	0.7	1.3
3	2.0	0.0	0.1	2.0
4	0.5	0.7	0.5	1.0
moyenne	0.7	0.7	0.3	1.3

Utiliser peu de cartographie peut être intéressant dans le cas idéal. Dans le prochain cas, le calcul est répété avec les données expérimentales.

### Cas 5 : Une cartographie, 90 essais, données mesurées

Toutes les solutions donnent une erreur de reconstruction inférieure à 0.2 %. La position des sources est représentée sur la figure 4.13 pour les 10 meilleures solutions. La cartographie est très bien reconstruite, mais toutes les sources sont dans des positions différentes. Il n'est pas possible de distinguer de paquets de sources. Cela montre qu'il n'y a pas de solution unique.

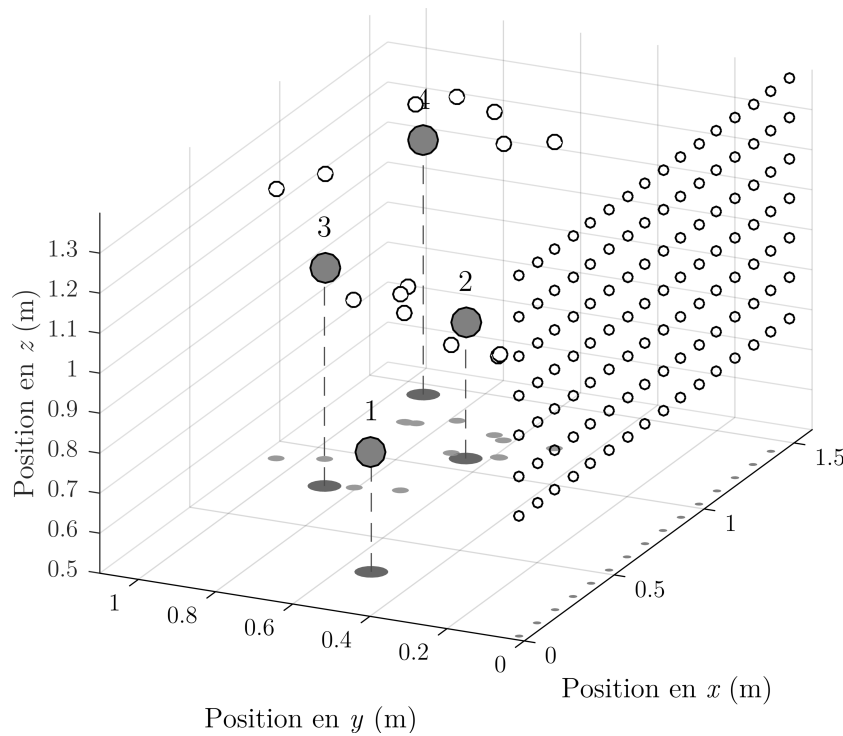


Figure 4.13 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 5 avec 4 sources virtuelles

Selon les constats de la section précédente, le fait qu'il n'y ait pas de solution unique peut être causé par un nombre de sources virtuelles trop important. Le calcul est donc recommencé avec 2 et 3 sources. La position des meilleures solutions est représentée sur la figure 4.14. Il n'y a une solution unique que pour la solution à 2 sources, mais cette solution est fausse. Pourtant, l'erreur de reconstruction n'est que de 0.2 %. Ces résultats montrent que pour un cas réel, une cartographie ne suffit pas pour localiser les sources.

Dans le prochain cas, le calcul est répété avec 4 cartographies de manière à améliorer les résultats tout en gardant une bonne vitesse de calcul. Le calcul étant rapide, le critère

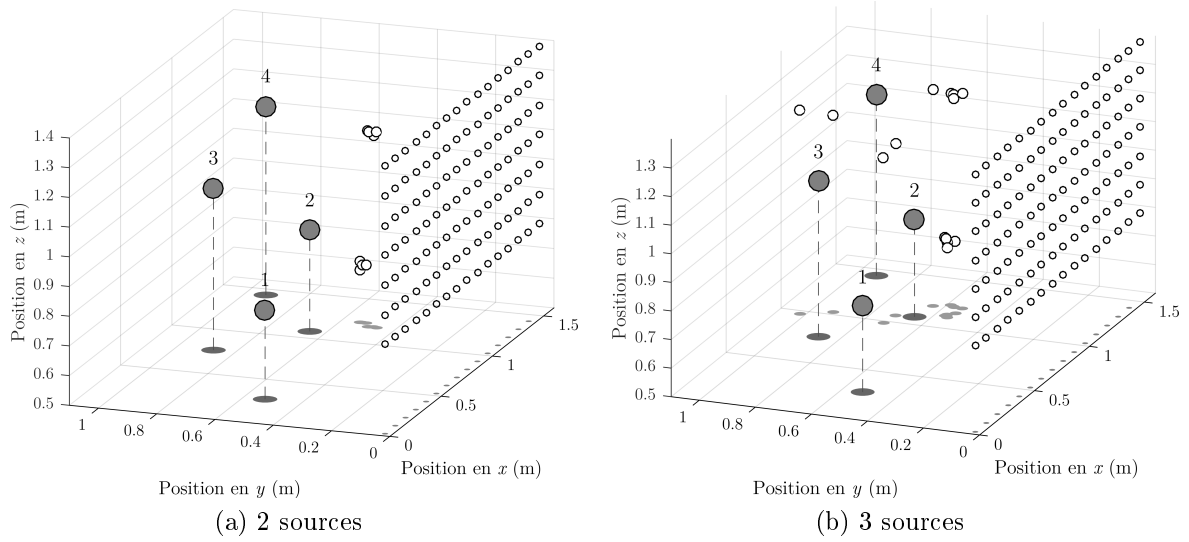


Figure 4.14 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 5 avec 2 et 3 sources virtuelles

d'arrêt est de 0.001 % comme pour le cas 3. Pour rappel, le cas 3 est équivalent au cas 6 avec 100 cartographies.

#### Cas 6 : 4 cartographies, 45 essais, données mesurées

Les 10 meilleures solutions donnent une erreur de reconstruction entre 5.7 et 6.0 %. La position des sources est représentée sur la figure 4.15 pour les 10 meilleures solutions. Ces 10 solutions initiales différentes donnent 2 solutions finales presque similaires ; le minimum global pourrait être l'une de ces deux solutions. L'écart-type des positions des sources est exposé dans le tableau 4.10. Il est équivalent à celui du cas 3, excepté pour le paquet 3 pour lequel l'écart-type est de 9.9 cm à la place de 6.1 cm.

Tableau 4.10 Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 6

Paquet de sources	Écart-type (cm)
1	2.5
2	2.3
3	9.9
4	1.4
moyenne	4.0

La meilleure solution en matière de reconstruction de l'intensité est choisie comme résultat du calcul. Les erreurs de localisation sont présentées dans le tableau 4.11. Là encore, les

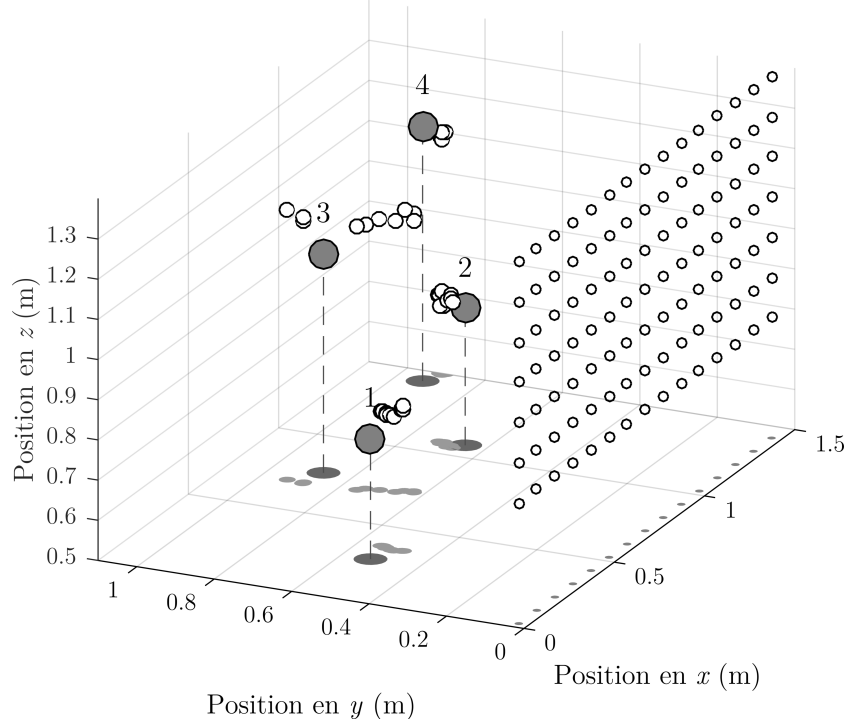


Figure 4.15 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 6

résultat sont équivalents à ceux du cas 3, excepté pour la source 3 pour laquelle l'erreur de localisation est de 18.4 cm à la place de 8.5 cm.

Tableau 4.11 Erreur sur la localisation des sources pour le cas 6

source	Erreur $x$ (cm)	Erreur $y$ (cm)	Erreur $z$ (cm)	distance (cm)
1	7.8	1.7	3.5	8.7
2	0.7	5.7	3.7	6.9
3	5.7	13.4	11.3	18.4
4	8.6	0.8	3.1	9.2
moyenne	5.7	5.4	5.4	10.8

Dans le cas théorique, utiliser une seule cartographie permet une bonne localisation des sources. Pour un cas expérimental, les erreurs de mesure ont un impact beaucoup plus important si une seule cartographie est utilisée. Dans cette validation, 4 cartographies ont suffi à obtenir une bonne localisation des sources. Le résultat est d'autant meilleur que le nombre de cartographies utilisées est important. L'auteur en conclut qu'il est important d'utiliser plus que cartographies quand le bruit de mesure augmente.



## 4.5 Réflexion sur le sol

Pour comprendre l'importance de prendre en compte la réflexion sur le sol dans le modèle de rayonnement des sources virtuelles, le cas 1 est répété. Cette fois-ci, les réflexions sont supprimées du modèle de rayonnement des sources virtuelles, mais elles sont conservées dans le modèle de rayonnement des sources simulées.

### Cas 7 : 33 cartographies, 10 essais, données simulées, pas de réflexion

Les erreurs de reconstruction entre l'intensité mesurée et l'intensité virtuelle sont entre 11.7 et 12.6 % pour les 5 meilleures solutions. Dans le cas 1, les erreurs étaient inférieures à 2 % pour les meilleures solutions. La position des sources est représentée sur la figure 4.16 pour les 5 meilleures solutions. L'écart-type des positions des sources est exposé dans le tableau 4.12. Il n'est pas possible d'associer les sources virtuelles avec des sources réelles, les paquets sont donc numérotés de  $a$  à  $d$  dans le tableau. Les 5 meilleures solutions finales sont semblables en matière de position des sources virtuelles alors que toutes les solutions initiales étaient différentes. Cette solution est donc le minimum global. En revanche, la figure 4.16 montre que les sources sont mal localisées. Une des sources se trouve systématiquement à un endroit du plan  $z = 0$ . Cette source compense certainement l'absence des sources images qui devraient se trouver environ en  $z = -1$ .

Tableau 4.12 Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 7

Paquet de sources	Écart-type (cm)
a	4.1
b	13.5
c	5.4
d	4.2
moyenne	6.8

Un calcul est refait avec 5 sources pour permettre à la méthode de disposer de 4 sources pour localiser les sources réelles et d'une source pour compenser l'absence des sources images. Mais aucun des calculs ne tend vers la même solution. La méthode est donc peu efficace pour compenser le manque de modélisation d'une paroi réfléchissante. Ce résultat montre qu'il est important de tenir compte des sources images dans le modèle de rayonnement des sources afin de bien les localiser.

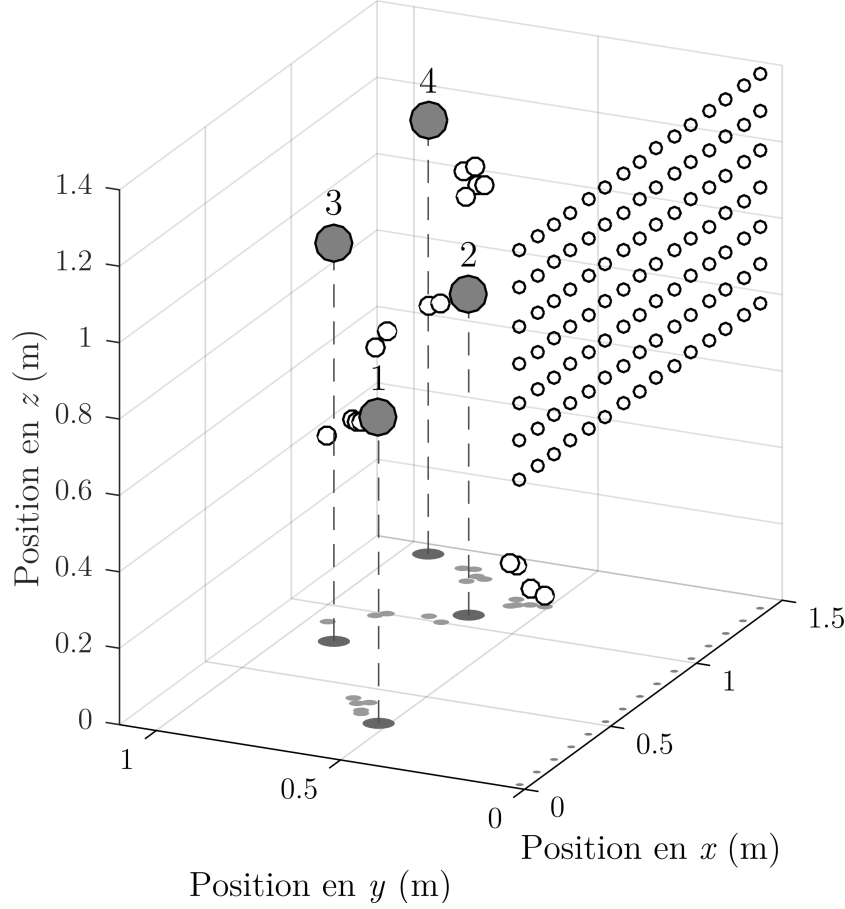


Figure 4.16 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 7

## 4.6 Cohérence entre les sources virtuelles

La cohérence réelle entre les sources est inconnue. La figure 4.17 montre la cohérence calculée entre les sources virtuelles 2 et 3 pour les 6 solutions du cas 3. Ce cas a été choisi car il a donné la meilleure localisation avec les données mesurées. À partir de 275 Hz, toutes les solutions ont donné le même coefficient de cohérence. Cela montre que la cohérence des sources a un impact non négligeable sur l'intensité émise.

Le calcul de la cohérence est ce qui demande le plus de calculs. Pour un modèle de sources non cohérentes, le coefficient de cohérence n'est plus à calculer ainsi que la phase des sources. Le nombre de variables est alors :

$$N_{var} = 3K + m(K - 1) \quad (4.4)$$

Ceci est bien inférieur au cas avec cohérence, dont le nombre de variables est décrit par l'équation 3.17.

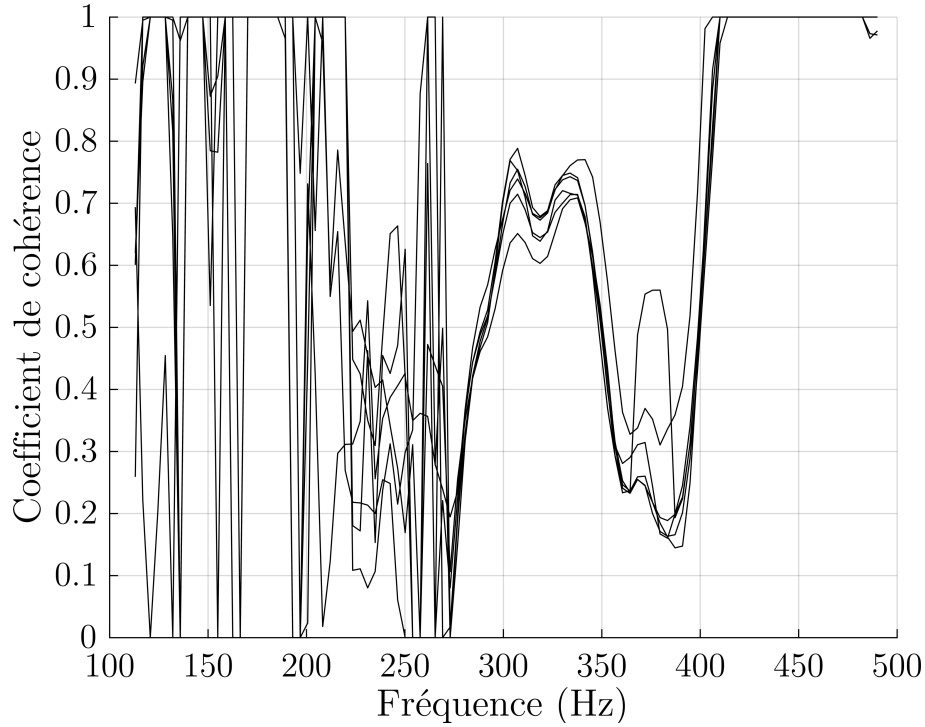


Figure 4.17 Coefficient de cohérence calculé entre les haut-parleurs 2 et 3 dans les 6 solutions du cas 3

Pour comprendre l'importance de prendre en compte la cohérence entre les sources virtuelles dans le modèle de rayonnement, le cas 3 est répété. Cette fois-ci, les cohérences sont supprimées du modèle de rayonnement des sources virtuelles. Pour cela, tous les  $\gamma_{klj}$  des sources virtuelles sont fixés à 0.

#### Cas 8 : 100 cartographies, 15 essais, données mesurées, pas de cohérence

Les erreurs des 12 meilleures solutions sont entre 37.6 % et 38.7 % ce qui est élevé. La position des sources est représentée sur la figure 4.18 pour les 12 meilleures solutions. Les 12 solutions ont une source virtuelle systématiquement placée près de la source 1. Une partie des sources se retrouvent également dans 2 autres zones. Les autres sources sont éparpillées loin des haut-parleurs. Ces résultats montrent que prendre en compte la cohérence est nécessaire afin de localiser les sources.

## 4.7 Procédure sur le nombre de sources virtuelles

Tous les essais précédents sont faits avec l'hypothèse qu'il y a 4 sources à identifier. Dans les cas réels, le nombre de sources n'est pas connu. Il a été vu dans la section 3.2.2 que mal prévoir le nombre de sources pouvait causer des erreurs sur la localisation. Une méthode

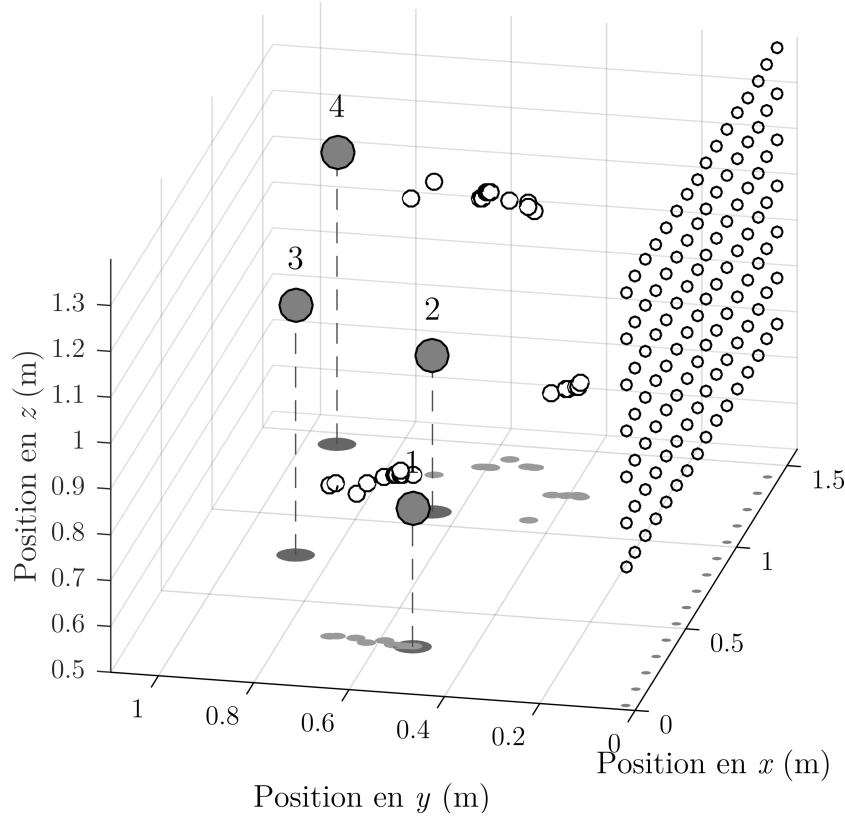


Figure 4.18 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 8

a également été proposée pour choisir le nombre de sources. Pour rappel, il faut faire le calcul plusieurs fois avec un nombre de sources différent. Le nombre idéal de sources est alors le plus grand pour lequel des solutions initiales différentes donnent la même solution finale. Pour vérifier cette hypothèse, le calcul est donc refait avec 5 sources et avec les mêmes paramètres que pour le cas 2.

### Cas 9 : Avec 5 sources

Les 6 meilleures solutions ont une erreur entre 6.9 % et 7.2 %, ce qui est légèrement meilleur que le cas avec 4 sources où les erreurs étaient entre 7.5 % et 8.2 %. Les positions de ces 6 solutions sont illustrées dans la figure 4.19. Il est possible de distinguer 4 paquets de sources, mais la position de la 5<sup>me</sup> source virtuelle semble aléatoire. La procédure pour choisir le nombre de sources a bien fonctionné, car à partir de 5 sources, différentes solutions initiales ont donné des solutions finales différentes. L'écart-type des positions des sources est exposé dans le tableau 4.13. Le paquet 5 contient les sources qui ne sont pas dans les autres paquets. Les écarts-types semblent raisonnables pour les paquets 1 à 4. Ces résultats peuvent alors être utilisés pour la localisation des sources, il suffit de ne pas

tenir compte de la source numéro 5. C'est pourquoi dans le tableau 4.13, le paquet 5 n'est pas utilisé pour le calcul de la moyenne des écart-types.

Tableau 4.13 Écart-type sur les positions des sources virtuelles pour le cas 9

Paquet de sources	Écart-type (cm)
1	5.3
2	4.2
3	9.3
4	6.9
4	51.7
moyenne (1 à 4)	6.4

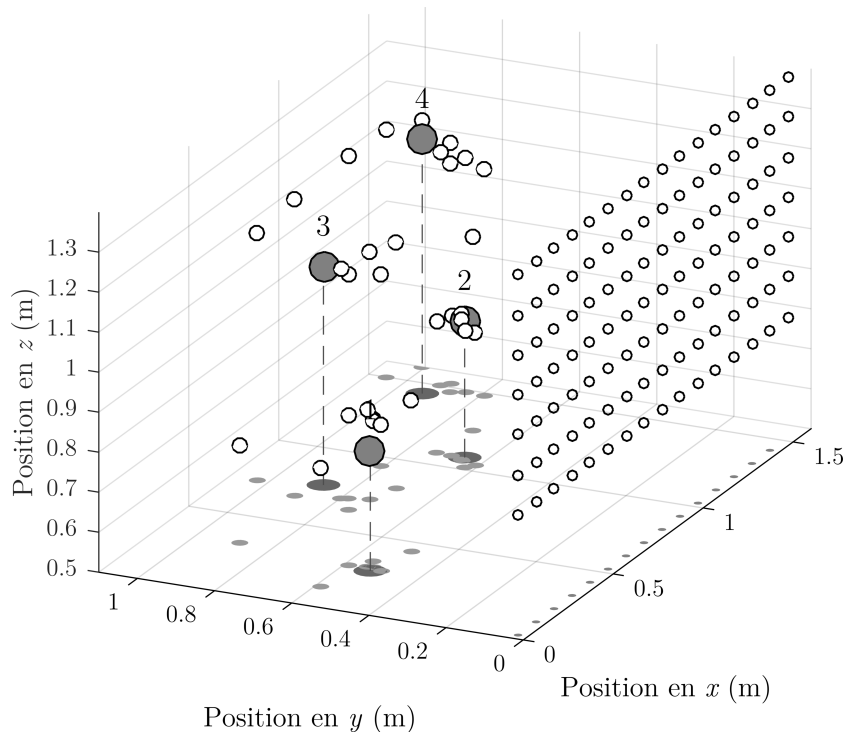


Figure 4.19 Localisation des sources simulées et virtuelles pour le cas 9

La meilleure solution en matière de reconstruction de l'intensité est choisie comme résultat du calcul. Les erreurs de localisation sont exposées dans le tableau 4.14, elles sont équivalentes à celles du cas 2.

## 4.8 Conclusion

Les résultats de la validation sont rappelés dans le tableau 4.15.

Tableau 4.14 Erreur sur la localisation des sources pour le cas 9

source	Erreur $x$ (cm)	Erreur $y$ (cm)	Erreur $z$ (cm)	distance (cm)
1	2.3	1.9	9.4	9.8
2	3.8	4.6	0.8	6.0
3	6.0	9.2	1.4	11.0
4	3.7	5.5	6.6	9.3
moyenne	3.9	5.3	4.5	9.1

Ce chapitre montre que la méthode peut être utilisée pour localiser des sources ponctuelles, ayant une cohérence partielle et une réflexion sur le sol avec une grande précision. La méthode donne également la puissance et la phase des sources.

La robustesse de la méthode a été prouvée grâce à une validation expérimentale qui contient nécessairement du bruit de mesure et des différences avec le cas théorique.

Dans un cas parfait, sans erreur de mesure, utiliser une seule cartographie suffit pour localiser les sources. Dans un cas réel, utiliser une seule cartographie ne le permet pas. Dans la validation expérimentale, 4 cartographies ont suffi à localiser les sources. L'amélioration est ensuite faible quand le nombre de sources est augmenté.

La prise en compte de la réflexion sur le sol ainsi que la cohérence variable entre les sources sont essentielles à leur localisation.

Une procédure permettant l'évaluation du nombre de sources est également validée. Il faut répéter le calcul en augmentant le nombre de sources jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de solution unique pour arriver à la meilleure reconstruction de la cartographie. Quand le nombre de sources virtuelles est plus important que le nombre de sources réelles, la procédure permet d'écarter la source inutile.

Tableau 4.15 Résumé de la validation

Numéro du cas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Type de données S = Simulées M = Mesurées	S	M	M	S	M	M	S	M	M
Critère d'arrêt (%)	0.001	0.01	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.01	0.01
Nombre de solutions initiales	10	15	15	10	90	45	33	90	15
Nombre de cartographies utilisées	33	100	100	1	1	4	33	100	100
Avec réflexion	oui	oui	oui	oui	oui	oui	non	oui	oui
Avec cohérence	oui	oui	oui	oui	oui	oui	oui	non	oui
Erreur reconstruction (%)	0.4	7.6	7.2	0.4	0.1	5.8	11.7	37.6	6.9
Écart-type moyen (cm)	2.4	5.6	2.9	1.6	∅	4.0	6.8	∅	6.4
Erreur moyenne localisation (cm)	0.9	10.1	7.1	1.3	∅	10.8	∅	∅	9.1





# CHAPITRE 5

## APPLICATION

Dans ce chapitre, la méthode développée est appliquée afin de localiser les sources acoustiques d'une suspension de motoneige. Lors des essais, le tunnel est retiré du système d'entraînement. Beuvelet [5] a montré que le bruit émis par la chenille était négligeable à côté du bruit de la suspension et du tunnel. Il ne reste donc que le bruit émis par la suspension.

### 5.1 Montage

L'intensité des sources étant mesurée point par point, la suspension ne doit pas avoir changé entre 2 mesures. Les essais doivent donc être très répétables. Un banc d'essai visible sur la figure 5.1 a été conçu dans le cadre du projet dSkiBel afin de pouvoir reproduire de façon répétitive et fiable, le bruit de la suspension. Le système d'entraînement est immobilisée. Le barbotin est entraîné par un moteur électrique silencieux. La chenille glisse sur une plaque en acier arrosée par des jets d'eau. Une charge est appliquée sur le tunnel afin de simuler le poids d'un utilisateur. La salle a subi un traitement acoustique afin de diminuer la réverbération du son sur les murs.

Pour les mesures d'intensité, un châssis a été réalisé pour remplacer le tunnel. Ce châssis est lourd et ne comporte pas de grandes surfaces. Ainsi, il ne rayonne pas et dévie peu les ondes venant de la suspension.

Trois essais consécutifs avec une même chenille ont été faits sans aucun démontage. Les écarts de bruit sont très faibles (moins de 1 dB). Le banc d'essai reproduit donc bien les mêmes mesures.

### 5.2 Essais

Des protections visibles sur la figure 5.2 sont ajoutées autour du système d'entraînement pour éviter les projections d'eau dans la salle. La sonde à 8 microphones est positionnée grâce au robot sur 102 points de mesure répartis en 6 lignes et 17 colonnes à côté de la motoneige. La distance entre les points choisie arbitrairement est de 10 cm et le plan de mesure se trouve à environ 45 cm du milieu de la suspension. Un essai consiste à augmenter

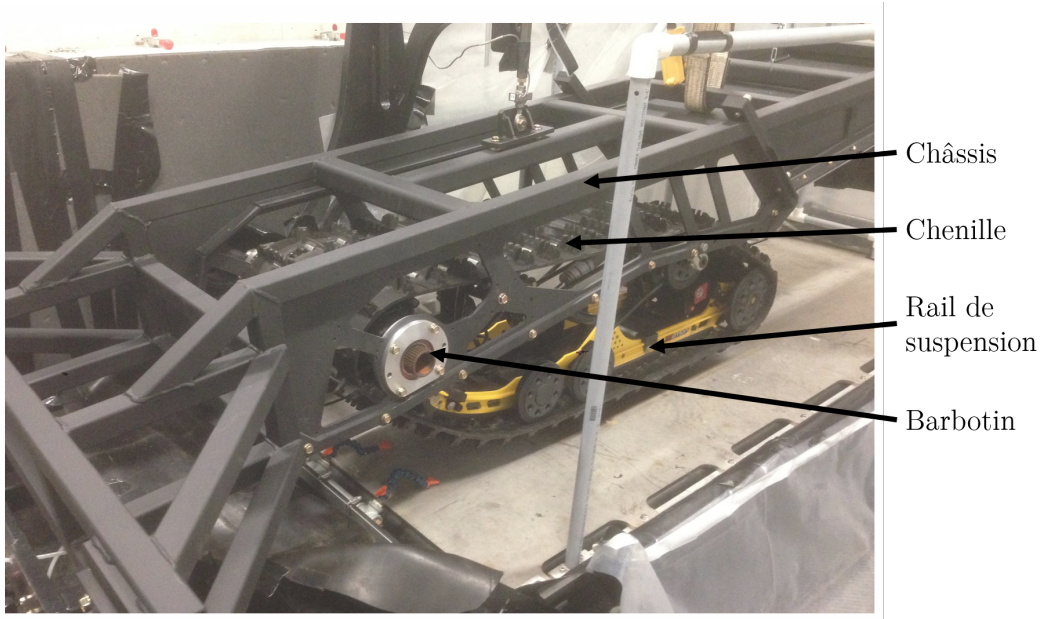


Figure 5.1 Banc d'essai du système d'entraînement

la vitesse de la chenille de 12 à 120 km.h<sup>-1</sup> en 30 secondes avec une accélération constante (21.6 m.s<sup>-2</sup>). La trace temporelle des pressions acoustiques est alors enregistrée de 15 à 120 km.h<sup>-1</sup> sur les huit microphones de la sonde. Cet essai est répété pour les 102 points de mesure.



Figure 5.2 Mesure de l'intensité sur le banc d'essai

Le traitement pour obtenir l'intensité à partir des pressions mesurées sur la sonde est le même que dans la section 4.1.2. La fréquence des sources augmente avec une vitesse équi-

valente à celle de la validation expérimentale. Les segments temporels sont donc toujours assez petits pour être considérés stationnaires. Les cartographies sont représentées aux mêmes fréquences que dans la validation numérique et expérimentale dans la figure 5.3. L'intensimétrie mesurée sur la suspension semble beaucoup plus complexe que celle de la validation représenté dans la figure 4.5. En effet, il y a plus de minima et maxima et les lignes de niveau sont plus ondulées.

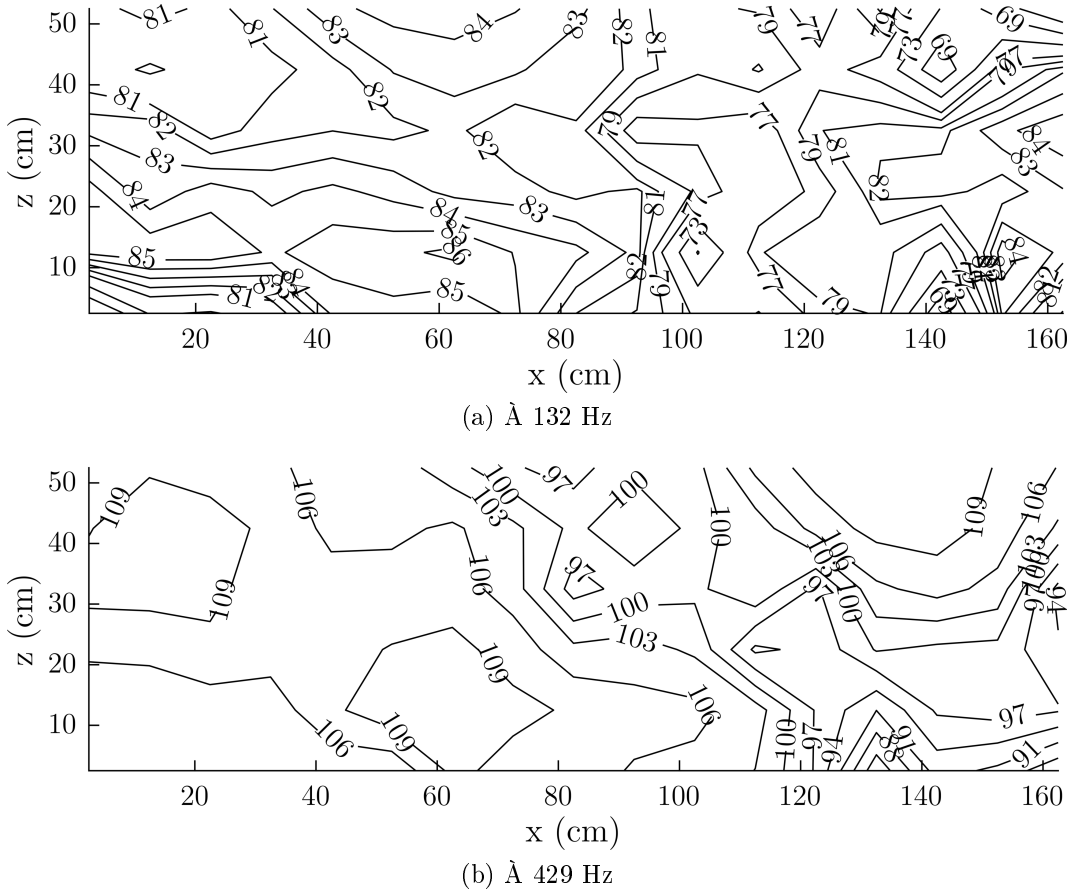


Figure 5.3 Intensité en dB ref 1 pW.m<sup>-2</sup> mesurée sur le plan de mesure dans la direction  $y$

Les réflexions sur le sol sont plus complexes que dans la salle semi-anéchoïque. Dans le modèle de rayonnement, le sol est infini. Cette hypothèse demeure valable pour la salle semi-anéchoïque, car tous les points de mesure sont atteints par les ondes réfléchies. Dans le cas de la suspension, comme le montre la figure 5.4, certains points ne sont pas atteints par les ondes réfléchies. Pour ces points, la source image n'existe pas. La réalité est encore plus complexe, car il existe des phénomènes de diffraction qui rendent la frontière entre points atteints et non atteints plus floue.

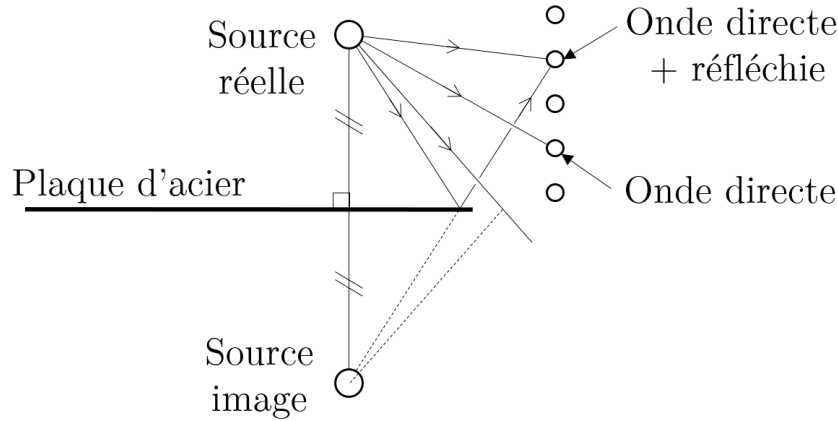


Figure 5.4 Banc d'essai du système d'entraînement

Les 2 modèles avec et sans modélisation de la réflexion sont essayés sur la suspension. Pour les deux cas, le nombre de sources virtuelles varie de 3 à 6. Pour toutes ces configurations, 15 solutions initiales différentes sont optimisées. La position initiale des sources est choisie au hasard dans la zone où se trouvent les pièces de la suspension. Comme pour les validations, la puissance initiale des sources est de 90 dB et les autres paramètres sont choisis au hasard.

### 5.3 Résultats

Les erreurs de reconstruction les plus faibles sont résumées dans le tableau 5.1. L'erreur diminue quand le nombre de sources virtuelles augmente et quand la réflexion est modélisée. Dans tous les calculs, l'erreur de reconstruction est importante.

Tableau 5.1 Résumé des erreurs de reconstruction de l'intensité en %

	Sans réflexion	Avec réflexion
4 sources	52.4	50.7
5 sources	46.3	45.0
6 sources	41.7	38.9

La mauvaise reconstruction de l'intensité peut signifier plusieurs choses :

- Le nombre de sources virtuelles est trop petit. Lorsque le nombre de sources virtuelles est inférieur au nombre de sources réelles, l'intensité ne peut pas être bien reconstruite.
- Les hypothèses sur les sources sont fausses. Théoriquement, des sources non ponctuelles ou directives peuvent être représentées par plusieurs sources monopôlaires cohérentes. Mais cela peut demander un nombre de sources virtuelles beaucoup plus

important. Les réflexions qui ne sont pas prises en compte dans le modèle de rayonnement peuvent également être rattrapées par plus de sources virtuelles.

- Le bruit de mesure est très important. Des problèmes de répétabilité, de bruit aléatoire ou de positionnement de la sonde ne sont pas pris en compte dans le modèle de rayonnement.
- Le problème est mal résolu. Il se peut qu'une meilleure solution existe, mais que la méthode d'optimisation n'ait pas permis de la trouver.

Dans le cas où les erreurs de reconstructions ne seraient dues qu'aux erreurs de mesure, la position des sources virtuelles peut quand même refléter la position des sources réelles. La figure 5.5 montre la position des sources virtuelles avec réflexion. Dans les 6 cas testés, toutes les sources sont dans des positions différentes. Cela peut signifier que le minimum global n'a pas été trouvé ou bien qu'il existe plusieurs solutions pour reproduire l'intensité mesurée. D'après les méthodes développées dans cette thèse pour vérifier la validité des résultats, ce calcul ne peut être utilisé pour déterminer la position des sources réelles.

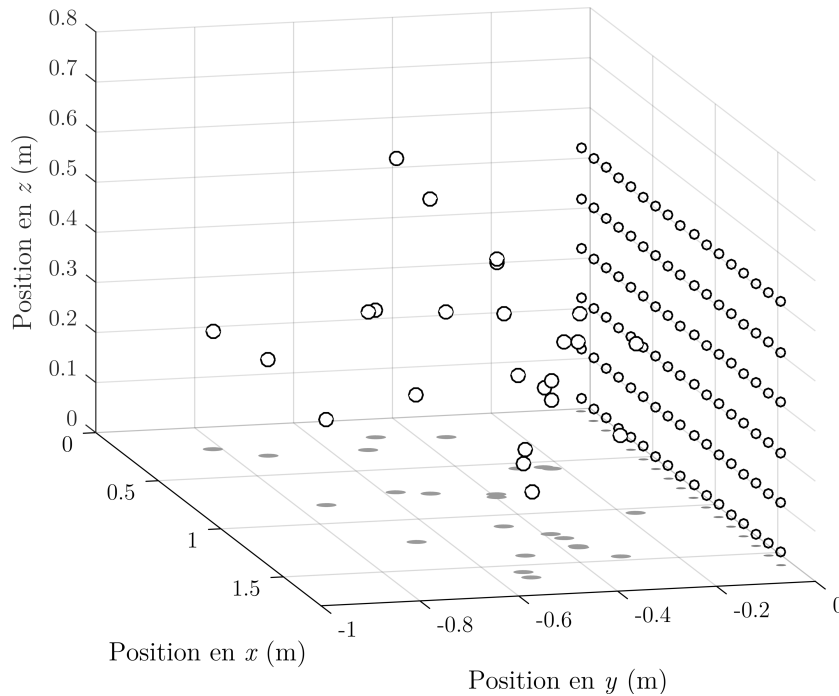


Figure 5.5 Localisation des 6 sources virtuelles pour les 4 meilleures solutions avec reflet sur la suspension

## 5.4 Conclusion

La méthode n'est pas parvenue à localiser les sources sur la suspension de motoneige. Cela peut être dû entre autres à un nombre de sources virtuelles insuffisant.

La méthode développée dans cette thèse est efficace pour un nombre restreint de sources. Pour 3 à 5 sources virtuelles et un processeur quadricoeur cadencé à 2.67 GHz et 4 Go de mémoire vive, les calculs ont duré entre 6 et 48 heures. Mais avec l'augmentation du nombre de sources, les calculs peuvent durer plusieurs semaines.

L'erreur de reconstruction sera nécessairement meilleure avec plus de sources, mais le nombre de paramètres du modèle sera beaucoup plus important. La résolution du problème inverse sera donc plus complexe. Des améliorations sur la résolution du problème inverse sont nécessaires pour pouvoir utiliser plus de sources virtuelles et ainsi localiser les sources réelles de la suspension de motoneige.

# CHAPITRE 6

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

### 6.1 Travaux réalisés

Une méthode de localisation de sources acoustiques a été développée. Cette méthode peut localiser des sources ponctuelles dans un espace en 3 dimensions à partir de mesures d'intensité 3-D. La méthode est capable d'utiliser plusieurs cartographies pour améliorer la localisation des sources. De plus, l'intensité n'est pas obligatoirement mesurée sur un plan. La position des points de mesure peut être aléatoire. Les sources ne sont pas directionnelles, mais peuvent avoir une cohérence quelconque. Une réflexion quelconque sur le sol est également prise en compte.

La méthode fait appel à un modèle de rayonnement de sources virtuelles. Le nombre de sources virtuelles dans le modèle est très important pour la bonne localisation des sources réelles. Une procédure a ainsi été développée pour déterminer le nombre de sources virtuelles idéal.

Le résultat sur la location des sources dépend de la bonne résolution d'un problème inverse. Une méthode d'optimisation est utilisée pour effectuer cette résolution. Dans ce genre de problème, un résultat est toujours donné. Mais il est difficile de garantir que la solution trouvée soit la bonne. Une procédure a donc été développée pour vérifier l'exactitude de la solution trouvée.

Une validation numérique a ensuite été effectuée. L'intensité produite par des sources est simulée grâce à un modèle de rayonnement. La méthode développée dans cette thèse est ensuite utilisée pour localiser les sources. Les sources sont très bien localisées malgré la distance de mesure de l'intensité, la localisation des sources dans un espace en 3 dimensions, la cohérence quelconque des sources et la réflexion quelconque sur le sol. La résolution du problème inverse a par conséquent été validée.

Une validation expérimentale a enfin été effectuée. Les sources sont 4 haut-parleurs dans les mêmes conditions que dans la validation numérique. Encore une fois, les sources sont très bien localisées. Le modèle de rayonnement des sources est donc lui aussi validé. Le cas expérimental comporte des erreurs de mesure et de plus, les hypothèses du modèle ne

sont pas parfaitement respectées. Mais cela n'a pas empêché la localisation des sources. La robustesse de la méthode est donc également validée.

Dans les validations numériques et expérimentales, des expériences sont faites sur le nombre de cartographies utilisées, la prise en compte ou non de la cohérence, de la réflexion sur le sol et du nombre de sources virtuelles. Les conclusions sont les suivantes :

- Dans un cas parfait, sans bruit de mesure, le nombre de cartographies utilisées n'améliore pas la localisation. Mais dans un cas réel, utiliser plusieurs cartographies est essentiel pour avoir de bons résultats.
- La cohérence entre les sources et la réflexion sur le sol doivent être modélisées et calculées. Dans le cas contraire, les résultats peuvent être faux.
- Pour un nombre trop élevé de sources virtuelles, différents calculs donneront des solutions finales différentes sur la localisation des sources. Cette observation permet de bien choisir le nombre de sources virtuelles à utiliser.

Enfin, la méthode a été utilisée afin de localiser les sources d'une suspension de motoneige. Toutefois, les outils développés dans cette thèse montrent que les résultats obtenus par la méthode proposée ne permettent pas la bonne localisation des sources. Des améliorations possibles, sont présentées plus tard dans la conclusion. Ces améliorations pourraient permettre la localisation des sources sur la suspension de motoneige.

Dans le cadre de cette thèse, les intensités sont mesurées point par point. À chaque point de mesure, un essai est répété à plusieurs vitesses. Ces mesures longues et exigeantes peuvent néanmoins être obtenues par d'autres manières moins laborieuses. Une sonde avec des capteurs de position et d'orientation peut être utilisée. Dans ce cas, pour un point de fonctionnement, il suffit de déplacer la sonde autour de l'objet et mesurer sa position. Cela permet de faire plus de points de mesure sans qu'ils ne soient limités à un plan. Obtenir l'intensité 3-D par cette approche est beaucoup plus rapide et peut améliorer les résultats.

En plus de localiser les sources, cette méthode permet de prévoir le champ acoustique rayonné partout dans l'espace. En effet, une fois les paramètres du modèle déterminés, celui-ci peut être utilisé pour calculer l'intensité 3-D dans tout l'espace.

## 6.2 Contributions originales

Les différentes contributions originales de cette thèse sont dans le modèle de rayonnement des sources, la résolution du problème inverse et la validation expérimentale.

---



Une méthode de localisation utilisant des mesures d'intensités et une méthode d'optimisation existe déjà dans la littérature. Toutefois, modéliser la réflexion sur le sol et en faire un paramètre à calculer est une nouveauté pour ce genre de méthodes.

La principale contribution originale dans la résolution du problème inverse d'identification des sources est le fait d'utiliser plusieurs cartographies afin d'améliorer la localisation de celles-ci. L'utilisation combinée de la méthode du gradient et de la méthode de Newton pour résoudre ce problème est également nouvelle. Une nouvelle technique basée sur l'utilisation de différentes solutions initiales avec différents nombres de sources virtuelles est proposée. Cette technique sert à déterminer le nombre de sources virtuelles à utiliser dans le modèle et à valider la bonne résolution du problème inverse.

Enfin, la validation expérimentale d'une méthode permettant de localiser des sources à partir de mesures d'intensité 3-D n'existe pas dans la littérature.

## 6.3 Perspectives

La complexité des réflexions peut être une des raisons ayant causé l'échec de la localisation des sources sur la suspension de motoneige. En effet, le modèle de rayonnement des sources ne considère que le rayonnement sur le sol. De plus, le sol doit être tel que tous les points sont atteints par les ondes réfléchies. Toutefois, dans la salle où les mesures ont été faites, il y avait d'autres parois réfléchissantes. Il est possible d'ajouter des sources images à chaque paroi réfléchissante avec un coefficient de réflexion associé. La valeur de ce coefficient sera alors à calculer comme celui de la réflexion sur le sol. La position des sources images doit être calculée en fonction des sources réelles. Pour qu'un point de mesure soit atteint par une source image, il faut que la ligne qui les relie passe par la paroi réfléchissante.

La méthode d'optimisation proposée dans cette thèse combine la méthode de gradient, la méthode de Newton et de nombreuses solutions initiales différentes. Ces méthodes ont été utilisées car elles ont une bonne efficacité et sont simples à mettre en oeuvre. Néanmoins, des méthodes d'optimisation plus sophistiquées existent. Leur application à ce problème permettrait à la fois un meilleur résultat final et une résolution plus rapide. Par conséquent, plus de sources virtuelles pourraient être utilisées ce qui permettrait la localisation des sources sur la suspension de motoneige. Avec des méthodes d'optimisation plus sophistiquées, il serait également possible de contraindre la position des sources virtuelles aux zones où les sources réelles peuvent se trouver. Beaucoup de méthodes d'optimisation ont déjà été développées dans le but de résoudre ces problèmes et sont facilement utilisables par le biais de logiciels comme Scilab ou encore l'outil "Optimisation" de Matlab. Explorer

---

ces méthodes permettrait certainement d'améliorer grandement la résolution du problème inverse.

D'après l'auteur, l'avancée qui aurait l'impact le plus positif serait d'appliquer la méthode développée dans cette thèse à des cartographies obtenues par formation de voies plutôt que par intensimétrie. De cette manière, les pressions acoustiques seraient mesurées sur tous les points de mesure en même temps. Il n'y aurait donc presque plus d'erreur sur la position des points de mesure et surtout, l'information de phase entre les points de mesure serait utilisée. De plus, il n'y aurait toujours pas de contrainte sur le positionnement des points de mesure et les mesures seraient beaucoup plus rapides. Cette méthode est illustrée en annexe au travers d'exemples simplifiés. Dans ces exemples, la formation de voies basique par délais et somme est utilisée. La cohérence des sources est supposée connue et les dérivées sont obtenues numériquement. Pour exploiter tout le potentiel de cette idée, les méthodes de formations de voies MUSIC ou de la variance minimum pourraient être utilisées. Le calcul de la cohérence entre les sources virtuelles devrait être introduit, tout comme le calcul analytique des dérivées.

---

# ANNEXE A

## MÉTHODE APPLIQUÉE À LA FORMATION DE VOIES

### A.1 Problème direct

La pression acoustique de deux sources est simulée sur une ligne de 30 points de mesure  $m$  en  $y = 0$  grâce à l'équation 3.7.  $\mathbf{X}_1$  est le vecteur colonne des pressions  $p_{m1}$  de la source 1 et  $\mathbf{X}_2$  est celui de la source 2. Le modèle d'ondes sphérique est utilisé. Le délai d'une onde venant d'un point  $s$  entre le point  $m$  et le point  $(0,0)$  en coordonnées cartésiennes est :

$$\tau_{sm} = \frac{1}{c} \left( \sqrt{x_s^2 + y_s^2} - \sqrt{(x_s - x_m)^2 + y_s^2} \right) \quad (\text{A.1})$$

Les pressions  $p_s$  aux points  $s$  sont alors :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} \text{ avec } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{S1} & \dots & a_{SM} \end{pmatrix} \text{ avec } a_{sm} = e^{-j\omega\tau_{sm}} \quad (\text{A.2})$$

où  $\mathbf{Y}$  est le vecteur colonne des pressions  $p_s$ . Pour deux sources non cohérentes, les amplitudes de  $p_s$  sont calculées de la manière suivante :

$$|\mathbf{Y}| = |\mathbf{A}\mathbf{X}_1| + |\mathbf{A}\mathbf{X}_2| \quad (\text{A.3})$$

Alors que pour deux sources parfaitement cohérentes, elles sont calculées de la manière suivante :

$$|\mathbf{Y}| = |\mathbf{A}(\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2)| \quad (\text{A.4})$$

Trois cas sont étudiés pour la localisation des sources. Les sources simulées sont toujours à la même position. Cette position est représentée par des points sur les figures A.1, A.2 et A.3. La puissance des sources est de 93 dB.

- Cas 1 : La fréquence des sources est de 400 Hz. Elles ne sont pas cohérentes. La ligne de mesure fait 3 m.
- Cas 2 : La fréquence des sources est de 300 Hz. Elles ne sont pas cohérentes. La ligne de mesure fait 2 m.

- Cas 3 : La fréquence des sources est de 300 Hz. Elles sont parfaitement cohérentes. La ligne de mesure fait 2 m. La source 2 a une phase de  $\frac{\pi}{2}$  rad par rapport à la source 1.

### Cas 1

Pour une taille d'antenne importante et une bonne fréquence, la figure A.1 montre que la formation de voies permet à elle seule de localiser les sources. En effet, la formation de voies montre deux maxima près des sources.

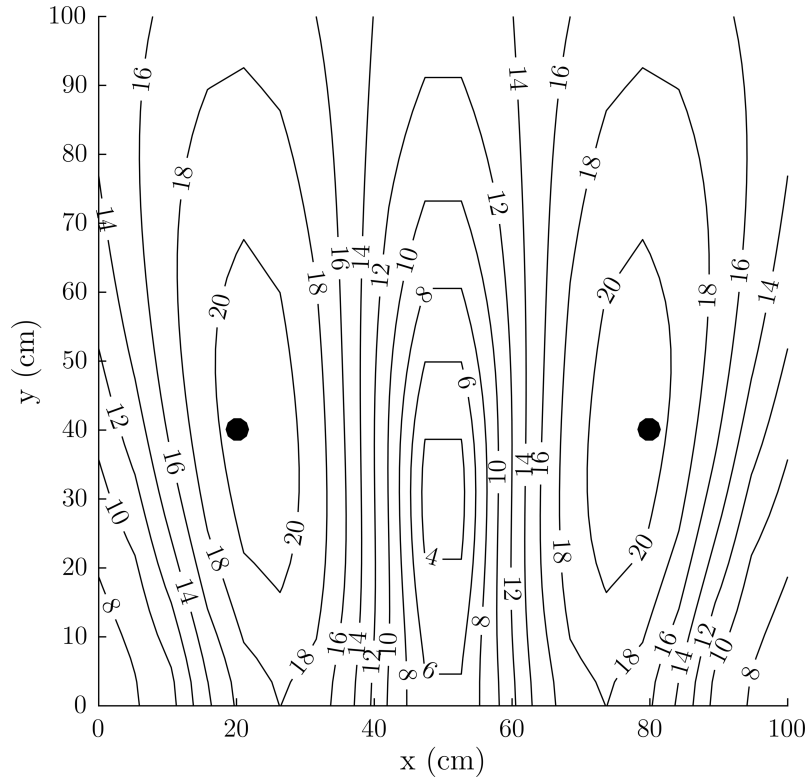


Figure A.1 Signal de formation de voies en Pa pour le cas 1

### Cas 2

Pour les mêmes sources avec une fréquence plus basse et une antenne plus petite, la localisation est dégradée. La figure A.2 montre que les deux maxima se trouvent plus éloignés de la position réelle des sources.

### Cas 3

Si les sources sont parfaitement cohérentes, la technique de formation de voies utilisée ici ne permet plus de localiser les sources. La figure A.3 montre deux maxima, mais ils sont éloignés de la position réelle des sources.

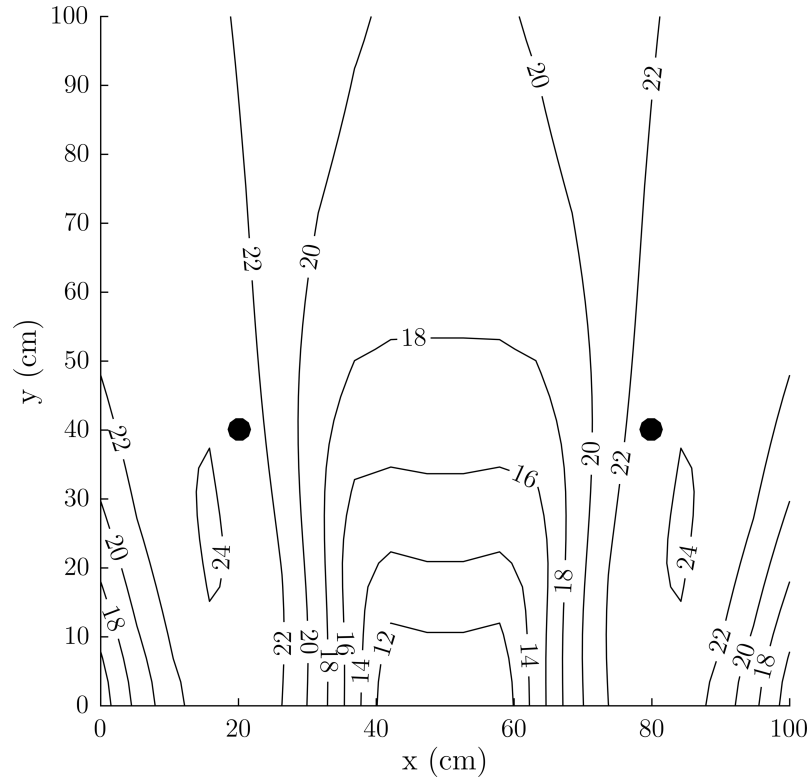


Figure A.2 Signal de formation de voies en Pa pour le cas 2

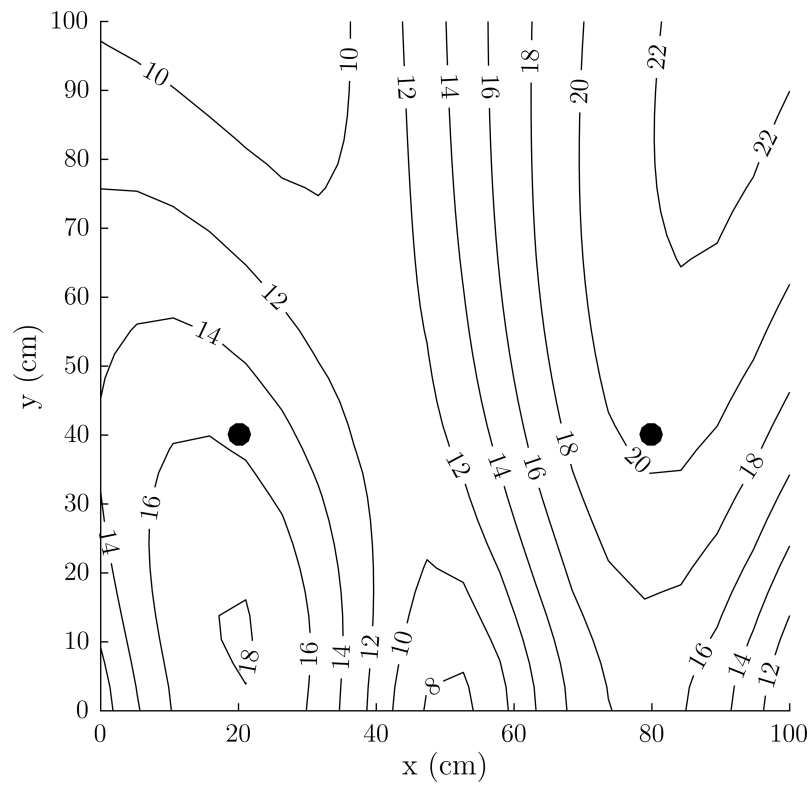


Figure A.3 Signal de formation de voies en Pa pour le cas 3

## A.2 Problème inverse

Pour résoudre le problème inverse, il faut calculer les paramètres des sources virtuelles qui permettent de reconstruire la cartographie par formation de voies. Le problème est résolu de la même manière que pour l'intensimétrie. Il y a seulement deux différences :

- La fonction coût est différente :

$$F = \sum_{s=1}^S [(|y_s| - |y_{vs}|)^2] \quad (\text{A.5})$$

où  $y_s$  est le signal de formation de voies obtenu à partir des pressions mesurées et  $y_{sv}$  est le même signal pour les sources virtuelles.

- La cohérence des sources n'est pas un paramètre, mais est connue. Pour les cas 1 et 2, le modèle des sources non cohérentes est utilisé alors que pour le cas 3, le modèle des sources cohérentes est utilisé.
- Les dérivées de  $F$  sont obtenues numériquement alors qu'elles étaient obtenues analytiquement pour l'intensité.

La position initiale des sources est choisie au hasard. Pour le cas 3, la phase initiale des sources est également choisie au hasard. La puissance initiale des sources est de 90 dB. Dans les 3 cas, les positions des sources sont retrouvées avec une erreur inférieure à 1 cm et les puissances sont calculées avec une erreur inférieure à 1 %.

## A.3 Conclusion

La méthode développée dans cette thèse pour l'intensimétrie est applicable à la formation de voies comme une méthode de déconvolution. Ici, les sources virtuelles sont soit non cohérentes soit cohérentes. Le modèle devrait être développé pour des sources avec une cohérence quelconque. Afin de profiter complètement des avantages de la formation de voie, les méthodes de la variance minimale ou MUSIC peuvent également être utilisées. La méthode devrait ensuite être comparée aux autres méthodes de déconvolution classiques pour localiser des sources ponctuelles, partiellement cohérentes et dans un espace en trois dimensions.

# LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] Arz, J. (2010). *Développement d'une méthode de réduction du bruit d'impact des structures par ajout d'une couche mince d'élastomère*. Thèse de doctorat, École de Technologie Supérieure, Montréal, Québec, Canada, 137 p.
- [2] Bai, M. (1992). Application of BEM (boundary element method)-based acoustic holography to radiation analysis of sound sources with arbitrarily shaped geometries. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 92, numéro 1, p. 533–549.
- [3] Bai, M. et Lee, J. (1998). Industrial noise source identification by using an acoustic beamforming system. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, volume 120, numéro 2, p. 426–433.
- [4] Bai, M., Lin, J.-H. et Liu, K.-L. (2010). Optimized microphone deployment for near-field acoustic holography : To be, or not to be random, that is the question. *Journal of Sound and Vibration*, volume 329, numéro 14, p. 2809–2824.
- [5] Beuvelet, S., Panneton, R., Desrochers, A. et Oddo, R. (2016). Understanding sources and sound radiation of a snowmobile track. *Canadian Acoustics - Acoustique Canadienne*, volume 44, numéro 3, p. 248–249.
- [6] Blough, R. (2009). *Snowmobile Design and Snowmobile Sound Basics*. [http://www.snowmobile.org/docs/snowmobile\\_design\\_snowmobile\\_sound\\_basics\\_may\\_2009.pdf](http://www.snowmobile.org/docs/snowmobile_design_snowmobile_sound_basics_may_2009.pdf) (page consultée le 15 août 2017).
- [7] Brooks, T. et Humphreys, W. (2006). A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (DAMAS) determined from phased microphone arrays. *Journal of Sound and Vibration*, volume 294, numéro 4, p. 856–879.
- [8] Capon, J. (1969). High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, volume 57, numéro 8, p. 1408–1418.
- [9] Chelliah, K., Raman, G. et Muehleisen, R. (2017). An experimental comparison of various methods of nearfield acoustic holography. *Journal of Sound and Vibration*, volume 403, p. 21–37.
- [10] Dilworth, B. (2009). *Identification of ground and environmental effects to the pass-by noise testing of snowmobiles*. Thèse de doctorat, Michigan Technological University, Houghton, Michigan, USA, 239 p.
- [11] Fernandez Comesaña, D., Holland, K. et Fernandez-Grande, E. (2016). Spatial resolution limits for the localization of noise sources using direct sound mapping. *Journal of Sound and Vibration*, volume 375, p. 53–62.
- [12] Genuit, K. (2009). Vehicle interior noise - combination of sound, vibration and inter-activity. *Sound and Vibration*, volume 43, numéro 12, p. 8–13.

- 
- [13] Guenfoud, N. (2016). *Étude vibroacoustique d'une suspension arrière de motoneige*. Essai de maitrise, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec, Canada, 95 p.
  - [14] Hald, J. (2009). Basic theory and properties of statistically optimized near-field acoustical holography. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 125, numéro 4, p. 2105–2120.
  - [15] International Snowmobile Manufacturers Association (2017). *Snowmobiling Fact Book*. <http://www.snowmobile.org/docs/isma-snowmobiling-fact-book.pdf> (page consultée le 14 août 2017).
  - [16] Kim, Y. et Nelson, P. (2004). Optimal regularisation for acoustic source reconstruction by inverse methods. *Journal of Sound and Vibration*, volume 275, numéro 3-5, p. 463–487.
  - [17] Kleinendorst, J. (2014). *Understanding chassis inputs from the rear suspension of a snowmobile*. Essai de maitrise, Michigan Technological University, Houghton, Michigan, USA, 101 p.
  - [18] Lefebvre, L. (2006). *Identification et caractérisation des sources de bruit impulsives, répétitives et synchronisées, dans un système mécanique complexe*. Thèse de doctorat, École de Technologie Supérieure, Montréal, Québec, Canada, 213 p.
  - [19] Li, Z.-C., Huang, H.-T. et Wei, Y. (2011). Ill-conditioning of the truncated singular value decomposition, tikhonov regularization and their applications to numerical partial differential equations. *Numerical Linear Algebra with Applications*, volume 18, numéro 2, p. 205–221.
  - [20] Liu, Z., Lu, C., Wang, Y., Lee, H., Koh, Y. et Lee, K. (2006). Prediction of noise inside tracked vehicles. *Applied Acoustics*, volume 67, numéro 1, p. 74–91.
  - [21] Nelson, P. (2001). A review of some inverse problems in acoustics. *International Journal of Acoustics and Vibration*, volume 6, numéro 3, p. 118–134.
  - [22] Nocedal, J. et Wright, S. (1999). *Numerical Optimization*. Springer-Verlag, 664 p.
  - [23] Osborne, M. (1991). *Development of a Kit to Reduce to Noise Level of the MOST Vehicle* (Rapport technique). Keweenaw Research Center, 109 p.
  - [24] Padois, T. et Berry, A. (2017). Application of acoustic imaging techniques on snowmobile pass-by noise. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 141, numéro 2, p. EL134–EL139.
  - [25] Padois, T. et Berry, A. (2017). Two and three-dimensional sound source localization with beamforming and several deconvolution techniques. *Acta Acustica united with Acustica*, volume 103, numéro 3, p. 392–400.
  - [26] Padois, T., Doutres, O., Sgard, F. et Berry, A. (2017). Time domain localization technique with sparsity constraint for imaging acoustic sources. *Mechanical Systems and Signal Processing*, volume 94, p. 85–93.
-



- 
- [27] Peillot, A. (2012). *Imagerie acoustique par approximations parcimonieuses des sources*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, France, 151 p.
- [28] Pierson, R. et Bozmoski, A. (2003). Harley-davidson's 100th anniversary - the sound of a legend. *Sound and Vibration*, volume 37, numéro 3, p. 14–17.
- [29] Sarkissian, A. (2005). Method of superposition applied to patch near-field acoustic holography. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 118, numéro 2, p. 671–678.
- [30] Schmidt, R. O. (1986). Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, volume AP-34, numéro 3, p. 276–280.
- [31] Seers, P. (2000). *Conception d'une motoneige environnementale*. Essai de maîtrise, École de Technologie Supérieure, Montréal, Québec, Canada, 140 p.
- [32] Sidki, M. et Nicolas, J. (1988). Localization of coherent and incoherent sound sources via an optimization process. *Journal of the Acoustical Society of America*, volume 84, numéro 2, p. 639–644.
- [33] Sijtsma, P. (2007). Clean based on spatial source coherence. *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (28th AIAA Aeroacoustics Conference)*.
- [34] Stoica, P., Wang, Z. et Li, J. (2003). Robust capon beamforming. *IEEE Signal Processing Letters*, volume 10, numéro 6, p. 172–175.
- [35] Williams, E. et Maynard, J. (1980). Holographic imaging without the wavelength resolution limit. *Physical Review Letters*, volume 45, numéro 7, p. 554–557.
- [36] Yardibi, T., Li, J., Stoica, P. et Cattafesta III, L. (2008). Sparsity constrained deconvolution approaches for acoustic source mapping. *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)*.
-

